QuintoTutorato GE210

31 ottobre 2019
A.A. 2019/2020

Docente: Angelo Felice Lopez
Tutori: Giovanni Passeri, Myrla Barbosa

Esercizio 1. *Sia $\mathbb{E}$ è uno spazio euclideo. Per ogni operatore lineare $T : \mathbb{E} \to \mathbb{E}$, denotiamo con ${}^tT$ il suo aggiunto. Verificare che*

1. ${}^t(T + S) =^t T +^t S$;
2. *per ogni $\lambda \in \mathbb{R}$, ${}^t(\lambda T) = \lambda^t T$.*

Esercizio 2. *Siano $A, B : \mathbb{E} \to \mathbb{E}$, dove $\mathbb{E}$ è uno spazio euclideo finito su $\mathbb{R}$. Supponiamo A, B autoaggiunti e che $\langle Av, v\rangle = \langle Bv, v\rangle$, $\forall v \in \mathbb{E}$. Mostrare che $A = B$.*

Esercizio 3. *Sia $A : \mathbb{E} \to \mathbb{E}$ un operatore autoggiunto, dove $\mathbb{E}$ è uno spazio euclideo finito su $\mathbb{R}$. Mostrare che $A^k v = 0 \implies Av = 0$.*

Esercizio 4. *Siano $A, B : \mathbb{E} \to \mathbb{E}$, dove $\mathbb{E}$ è uno spazio euclideo finito su $\mathbb{R}$. Supponiamo B invertibile ed $BA({}^tB)$ autoaggiunto. Mostrare che A è autoaggiunto.*

Esercizio 5. *Determinare le seguenti isometrie $f : \mathbb{E}^1 \to \mathbb{E}^1$ determinate dalle seguenti condizioni:*

1. *$f(1) = \pi/2$ ed f è un'isometria diretta;*
2. *$f(\pi) = -2$ ed f è un'isometria inversa.*

Esercizio 6. *In ciascuno dei seguenti casi dimostrare che esiste un'unica isometria $f : \mathbb{E}^2 \to \mathbb{E}^2$ che soddisfi le seguenti condizioni:*

1. *$f(0, 0) = (1, 1)$, $f(1, 0) = (2, 1)$ ed f è un'isometria diretta;*
2. *$f(0, 0) = (1, 1)$, $f(1, 0) = (2, 1)$ ed f è un'isometria inversa;*
3. *f lascia fissa la retta $f : x - 2y = 0$ e non è l'identità;*
4. *f lascia fissi i punti $(1, 7)$, $(-1, 1)$ e non è l'identità.*