Nono Tutorato GE210

5 dicembre 2019

A.A. 2019/2020

Docente: Angelo Felice Lopez

Tutori: Giovanni Passeri, Myrla Barbosa

Esercizio 1. *Determinare il punto improprio rispetto ad x_0 di ciascuna delle seguenti rette in $\mathbb{A}^2(\mathbb{C})$:*

$$\begin{array}{ccc} 3x+y+1=0, & x-2y-1=0, & 2ix+3y+9=0 \\ x+1=0, & y+6=0, & x=2y \end{array}$$

Esercizio 2. *Determinare coordinate omogenee del punto comune alle chiusure proiettive di ciascuna delle seguenti coppie di rette di $\mathbb{A}^2(\mathbb{C})$:*

1. $3x+iy+1=0$ *e* $x=y$;
2. $-ix+(i+1)y-1=0$ *e* $2-2x=0$;
3. $x-3y=i$ *e* $x-3y+4=0$.

Esercizio 3. *Sia $\mathbb{E}$ uno spazio euclideo di dimensione 3 e vediamo $\mathbb{E} \subset \mathbb{P}^3$. Siano r ed r' le rette di $\mathbb{E}$ di equazioni*

$$r: \begin{cases} x = 2-t \\ y = -1+t \\ z = -t \end{cases}, t \in \mathbb{R}, \ r': \begin{cases} x-y+z=0 \\ 2x-y-z=0 \end{cases}.$$

Siano $\bar{r}, \bar{r'}$ le chiusure proiettive di r, r'. Determinare (se esistono) le equazioni di tutti i piani $p \subset \mathbb{P}^3_{\mathbb{R}}$ tali che $\bar{r} \subset p$ e $\bar{r'} \cap p = \{[1,0,0,0]\}$.

Esercizio 4. *Determinare un'equazione cartesiana del piano di $\mathbb{P}^3_{\mathbb{R}}$ passante per il punto $[1,1,0,1] \in \mathbb{P}^3_{\mathbb{R}}$ e per i punti impropri delle seguenti rette di $\mathbb{A}^3(\mathbb{R})$:*

$$r: x+y+z-1 = 2x-y-z = 0, \ s: 2x-y-2z+1 = y+z-1 = 0.$$

Esercizio 5. *Dimostrare che m iperpiani di $\mathbb{P}^n$ con $1 \leq m \leq n$ hanno intersezione non vuota.*

Esercizio 6. *Sia $\mathbb{P}^2$ il piano proiettivo reale e si indentifichi $U_0 = \{x_0 \neq 0\}$ con uno spazio euclideo reale di dimensione 2, $\mathbb{E}$ di coordinate $y_i = x_i/x_0$, $i = 1,2$. Si considerino in U_0 la retta r passante per $(0,1)$ avente direzione $(1,k)$, $k \in \mathbb{R}$ e la retta $s: y_1 - 2y_2 - 1 = 0$. Si ricavino le chiusure proiettive $\bar{r}, \bar{s}$ e le intersezioni $r \cap s$ e $\bar{r} \cap \bar{s}$ al variare di $k \in \mathbb{R}$*