

TUTORATO 10 - GE210

Docente: Angelo Felice Lopez

Tutore: Simone Pesatori

17 dicembre 2021

Anno accademico 21/22

Esercizio 1. Determinare i punti fissi delle seguenti proiettività di $\mathbb{P}^2(\mathbb{R})$.

(a) $f([x_0, x_1, x_2]) = [2x_0, 2x_1, 2x_2]$

(b) $f([x_0, x_1, x_2]) = [4x_0, 2x_1 + x_2, 2x_1 + 3x_2]$

(c) $f([x_0, x_1, x_2]) = [4x_0, 2x_1, x_1 + 2x_2]$

(d) $f([x_0, x_1, x_2]) = [4x_0, 2x_1, 2x_2]$

Esercizio 2. Verificare che le seguenti coniche di $\mathbb{A}^2(\mathbb{R})$ sono degeneri e determinare le equazioni cartesiane delle rette che le compongono:

(a) $x^2 - y^2 + 2x - 2y = 0$

(b) $x^2 + y^2 + 2xy + 3/2x + 3/2y = 1$

(c) $3x^2 - \sqrt{2}y^2 + (3\sqrt{2} - 1)xy = 0$

(d) $2x^2 + 2y^2 + 4xy = 0$

Esercizio 3. Classificare le seguenti coniche di $\mathbb{P}^2(\mathbb{K})$ con $\mathbb{K} = \mathbb{C}, \mathbb{R}$.

(a) $x_0^2 + 4x_0x_1 - 2x_0x_2 + x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2 = 0$

(b) $2x_0^2 - 2x_0x_1 + 2x_1^2 + 2x_1x_2 + 3x_2^2 = 0$

(c) $x_0^2 + 4x_0x_1 + 2x_0x_2 + 5x_1^2 + 6x_1x_2 + 2x_2^2 = 0$

(d) $2x_0^2 + 5x_0x_1 + 3x_0x_2 - 3x_1^2 - 3x_1x_2 - 2x_2^2 = 0$.

Classificare le precedenti coniche, viste come coniche affini nella carta di \mathbb{P}^2 data da $x_0 \neq 0$

Esercizio 4. Siano k e $h \in \mathbb{R}$ e siano C_k la conica di equazione affine (o euclidea)

$$x^2 + k(y^2 + y + 1) + x(y + 1) = 1$$

e D_h la conica di equazione affine (o euclidea) di equazione

$$x^2 + hy^2 = -1.$$

Determinare per quali h, k si ha che C_k e D_h sono degeneri, semplicemente degeneri o doppiamente degeneri. Stabilire poi di quale conica si tratta in base ai valori di k e h .

Esercizio 5. Dimostrare che per 5 punti in posizione generale di $\mathbb{P}^2(\mathbb{K})$ passa una e una sola conica.

Esercizio 6. [Difficile] Le proiettività dell'esercizio 1 fissano anche rette? Quali?