

TUTORATO 2 - GE210

Docente: Angelo Felice Lopez

Tutore: Simone Pesatori

15 ottobre 2021

Anno accademico 21/22

Esercizio 1. In ciascuno dei seguenti casi determinare una base rispetto alla quale la forma quadratica assegnata su \mathbb{C}^2 assuma la forma canonica.

(a) $q(x, y) = -x^2 + y^2$

(b) $q(x, y) = ix^2 - 2y^2$

(c) $q(x, y) = 4x^2 + 9y^2$

Esercizio 2. In ciascuno dei seguenti casi determinare una base rispetto alla quale la forma quadratica assegnata su \mathbb{R}^3 assuma la forma canonica e calcolarne rango e segnatura.

(a) $q(x, y, z) = 4x^2 - 5y^2 + 12z^2$

(b) $q(x, y, z) = -x^2 + 9z^2$

(c) $q(x, y, z) = -x^2 - y^2 + z^2$

Esercizio 3. Diagonalizzare ciascuna delle seguenti forme quadratiche, determinandone poi rango e segnatura.

(a) $q(x, y) = 3x^2 - 8xy + 3y^2$

(b) $q(x, y) = 4x^2 - 9xy + 5y^2$

(c) $q(x, y, z, t) = x^2 + 4xy + 4y^2 - z^2 + 6zt - 9t^2$

Esercizio 4. Si consideri la forma quadratica $Q : M_2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}$ tale che:

$$Q \begin{pmatrix} x_1 & x_2 \\ x_3 & x_4 \end{pmatrix} = (x_1 - x_2)^2 + (x_2 - x_3)^2 + (x_3 - x_4)^2$$

Trovare una base di $M_2(\mathbb{R})$ diagonalizzante per Q , scrivere l'espressione di Q rispetto a tale base, quindi determinarne rango e segnatura.

Esercizio 5. Verificare che ponendo

$$\langle x, y \rangle = x_1y_1 + 6x_2y_2 - 2x_1y_2 - 2x_2y_2 + x_3y_3 - x_2y_3 - x_3y_2 + x_4y_4$$

si definisce un prodotto scalare su \mathbb{R}^4

Esercizio 6. Si consideri la seguente matrice

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -5 \\ 1 & 7 & 4 \\ -5 & 4 & 19 \end{pmatrix}$$

Si stabilisca, utilizzando il criterio dei minori principali, se la matrice è (semi) definita positiva, (semi) definita negativa oppure indefinita.