

TUTORATO 5 - GE210

Docente: Angelo Felice Lopez

Tutore: Simone Pesatori

05 novembre 2021

Anno accademico 21/22

Esercizio 1. Sia V uno spazio vettoriale euclideo di dimensione dispari e sia $T : V \rightarrow V$ un operatore unitario. Dimostrare che esiste $v \in V$ non nullo tale che $T(T(v)) = v$.

Esercizio 2. Sia $F : \text{End}(V) \rightarrow \text{End}(V)$ la funzione che associa ad ogni operatore T il suo aggiunto tT .

Dimostrare che F è lineare.

Esercizio 3. Siano $T, S : \mathbb{E} \rightarrow \mathbb{E}$ operatori lineari, dove \mathbb{E} è uno spazio euclideo reale di dimensione finita.

Siano inoltre T e S autoaggiunti e tali che $\langle Tv, v \rangle = \langle Sv, v \rangle \forall v \in \mathbb{E}$.

Far vedere che $T = S$.

Esercizio 4. Sia $T : \mathbb{E} \rightarrow \mathbb{E}$ un operatore autoaggiunto, dove \mathbb{E} è uno spazio euclideo reale di dimensione finita.

Mostrare che $T^k v = 0$ implica $Tv = 0$.

Esercizio 5. Un operatore autoaggiunto è unitario? Se sì, lo si dimostri; altrimenti, si esibisca un controesempio.