

## TUTORATO 8 - GE210

Docente: Angelo Felice Lopez

Tutore: Simone Pesatori

3 dicembre 2021

Anno accademico 21/22

Esercizio 1. Verificare che i punti  $[1, 2, 2]$ ,  $[3, 1, 4]$  e  $[2, -1, 2]$  sono allineati in  $\mathbb{P}^2(\mathbb{R})$  e trovare l'equazione cartesiana della retta che li contiene.

Esercizio 2. Siano  $P = [1, i, 1 - i, 3]$  e  $Q = [0, 0, i - 2, 1]$  punti di  $\mathbb{P}^3(\mathbb{C})$ . Determinare le equazioni cartesiane e parametriche della retta che li contiene.

Esercizio 3. Verificare che le seguenti rette di  $\mathbb{P}^2(\mathbb{C})$  hanno intersezione non vuota:

$$r : ix_1 - x_2 + 3ix_0 = 0; \quad s : x_0 + x_1 - ix_2 = 0; \quad t : 5x_0 + x_1 + 3ix_2 = 0.$$

Esercizio 4. Verificare se le seguenti rette di  $\mathbb{P}^3(\mathbb{R})$  sono sghembe oppure incidenti.

$$r : \begin{cases} x_0 - x_1 + x_2 & = 0 \\ x_0 - 2x_1 + x_2 & = 0 \end{cases} \quad s : \begin{cases} x_0 + x_1 - 3x_2 & = 0 \\ x_0 - 2x_1 - 2x_2 & = 0 \end{cases}$$

Esercizio 5. Siano  $r, s$  rette in uno spazio proiettivo  $\mathbb{P}$ . Mostrare che  $r$  ed  $s$  sono sghembe se e solo se  $\dim L(r, s) = 3$ .

Esercizio 6. Siano  $Q_0 = [1, 0, 1]$ ,  $Q_1 = [1, -1, 1]$ ,  $Q_2 = [1, 0, 4]$ ,  $Q_3 = [1, 1, 1]$  e  $Q_4 = [1, 0, 3]$  punti del piano proiettivo  $\mathbb{P}^2(\mathbb{R})$ . Determinare se ciascuno dei seguenti insiemi è composto da punti indipendenti.

(a)  $\{Q_0, Q_1\}$

---

(b)  $\{Q_0, Q_1, Q_4\}$

(c)  $\{Q_0, Q_1, Q_3\}$

(d)  $\{Q_0, Q_1, Q_2, Q_3\}$

Esercizio 7. Sia  $\mathbb{K}$  un campo e sia  $k \in \mathbb{K}$ . In  $\mathbb{P}^3(\mathbb{K})$  si considerino le seguenti rette

$$r : \begin{cases} x_1 & = 0 \\ x_2 + x_3 & = 0 \end{cases} \quad s : \begin{cases} x_1 & = 0 \\ x_2 & = 0 \end{cases}$$

ed i seguenti piani

$$p : x_1 + x_2 + x_3 = 0; \quad q_k : x_1 + x_2 + kx_3 = 0.$$

(a) Determinare  $L(r, p)$  e  $L(s, q_k)$ .