

TUTORATO 8 - GE210

Docente: Angelo Felice Lopez

Tutore: Simone Pesatori

3 dicembre 2021

Anno accademico 21/22

Esercizio 1. Verificare che i punti $[1, 2, 2]$, $[3, 1, 4]$ e $[2, -1, 2]$ sono allineati in $\mathbb{P}^2(\mathbb{R})$ e trovare l'equazione cartesiana della retta che li contiene.

Esercizio 2. Siano $P = [1, i, 1 - i, 3]$ e $Q = [0, 0, i - 2, 1]$ punti di $\mathbb{P}^3(\mathbb{C})$. Determinare le equazioni cartesiane e parametriche della retta che li contiene.

Esercizio 3. Verificare che le seguenti rette di $\mathbb{P}^2(\mathbb{C})$ hanno intersezione non vuota:

$$r : ix_1 - x_2 + 3ix_0 = 0; \quad s : x_0 + x_1 - ix_2 = 0; \quad t : 5x_0 + x_1 + 3ix_2 = 0.$$

Esercizio 4. Verificare se le seguenti rette di $\mathbb{P}^3(\mathbb{R})$ sono sghembe oppure incidenti.

$$r : \begin{cases} x_0 - x_1 + x_2 & = 0 \\ x_0 - 2x_1 + x_2 & = 0 \end{cases} \quad s : \begin{cases} x_0 + x_1 - 3x_2 & = 0 \\ x_0 - 2x_1 - 2x_2 & = 0 \end{cases}$$

Esercizio 5. Siano r, s rette in uno spazio proiettivo \mathbb{P} . Mostrare che r ed s sono sghembe se e solo se $\dim L(r, s) = 3$.

Esercizio 6. Siano $Q_0 = [1, 0, 1]$, $Q_1 = [1, -1, 1]$, $Q_2 = [1, 0, 4]$, $Q_3 = [1, 1, 1]$ e $Q_4 = [1, 0, 3]$ punti del piano proiettivo $\mathbb{P}^2(\mathbb{R})$. Determinare se ciascuno dei seguenti insiemi è composto da punti indipendenti.

(a) $\{Q_0, Q_1\}$

(b) $\{Q_0, Q_1, Q_4\}$

(c) $\{Q_0, Q_1, Q_3\}$

(d) $\{Q_0, Q_1, Q_2, Q_3\}$

Esercizio 7. Sia \mathbb{K} un campo e sia $k \in \mathbb{K}$. In $\mathbb{P}^3(\mathbb{K})$ si considerino le seguenti rette

$$r : \begin{cases} x_1 & = 0 \\ x_2 + x_3 & = 0 \end{cases} \quad s : \begin{cases} x_1 & = 0 \\ x_2 & = 0 \end{cases}$$

ed i seguenti piani

$$p : x_1 + x_2 + x_3 = 0; \quad q_k : x_1 + x_2 + kx_3 = 0.$$

(a) Determinare $L(r, p)$ e $L(s, q_k)$.