

TUTORATO 9 - GE210

Docente: Angelo Felice Lopez

Tutore: Simone Pesatori

10 dicembre 2021

Anno accademico 21/22

Esercizio 1. In $\mathbb{A}^2(\mathbb{C})$ trovare i punti impropri delle seguenti rette ed esprimerle in coordinate omogenee:

(a) $3x + y + 1 = 0$

(b) $2ix + 3y + 9 = 0$

(c) $y + 6 = 0$

(d) $x + 1 = 0$

Esercizio 2. Determinare le coordinate omogenee del punto comune alle chiusure proiettive delle seguenti coppie di rette di $\mathbb{A}^2(\mathbb{C})$:

(a) $3x + iy + 1 = 0; x - y = 0.$

(b) $-ix + (i + 1)y - 1 = 0; 2 - 2x = 0$

(c) $x - 3y - i = 0; x - 3y + 44 = 0$

Esercizio 3. Determinare un'equazione cartesiana del piano in $\mathbb{P}^3(\mathbb{R})$ passante per il punto $[1, 1, 0, 1]$ e per i punti impropri delle rette r e s di $\mathbb{A}^3(\mathbb{R})$ definite da:

$$r : x + y + z - 1 = 2x - y - z = 0$$

$$s : 2x - y - 2z + 1 = y + z - 1 = 0$$

Esercizio 4. Determinare la proiettività f di $\mathbb{P}^1(\mathbb{R})$ che soddisfi le seguenti condizioni:

$$f([1, 1]) = [1, -1]; f([2, 0]) = [1, 1]; f([1, -1]) = [2, 1].$$

Esercizio 5. Determinare la proiettività f di $\mathbb{P}^2(\mathbb{R})$ che soddisfi le seguenti condizioni:

$$f(r_1) = r_2; f(r_3) = r_4; f([1, 2, 1]) = [1, 0, 0], \text{ dove:}$$

$$r_1 : x_0 - x_1 = 0, r_2 : x_0 + x_1 = 0, r_3 : x_0 + x_1 + x_2 = 0, r_4 : x_1 + x_2 = 0$$

Esercizio 6. Trovare, se esistono, quattro punti A_i , con $i = 1, \dots, 4$ di $\mathbb{P}^2(\mathbb{R})$ in posizione generale, tali che $A_i \in r_i$, dove le r_i sono quelle dell'esercizio 5.

Esercizio 7. Siano F_1, F_2, F_3 e U rispettivamente i punti fondamentali e il punto unità di $\mathbb{P}^2(\mathbb{C})$.

Determinare, se esistono, tutti i punti P di $\mathbb{P}^2(\mathbb{C})$ tali che $\{[1, 0, i], [0, 1, i], [i, i, 1], P\}$ sia un insieme proiettivamente equivalente a $\{F_1, F_2, F_3, U\}$.