

Corso di laurea in Matematica - Anno Accademico
2016/2017

GE220 - Geometria 3 - Esercitazione 9:
22/05/2017

DOCENTE: PROF. MARGARIDA MELO

ESERCITATORE: LUCA TASIN

Teorema 1 (Caso particolare del teorema di Van Kampen). *Sia X uno spazio topologico e $U, V \subset X$ sottoinsiemi aperti semplicemente connessi tali che $X = U \cup V$ e tali che $U \cap V$ sia connesso per archi. Allora X è semplicemente connesso.*

Esercizio 1. *Dimostrare che la sfera $S^n \subset \mathbb{R}^{n+1}$ è semplicemente connessa per $n \geq 2$.*

Teorema 2 (Teorema del punto fisso di Brouwer). *Ogni applicazione continua $f : D^2 \rightarrow D^2$ ha almeno un punto fisso.*

Esercizio 2. *Sia A una matrice 3×3 con entrate numeri reali positivi. Dimostrare che A possiede un autovalore reale positivo.*

Teorema 3 (Borsuk-Ulam). *Sia $f : S^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ una mappa continua. Allora esiste almeno una coppia di punti antipodali $\{x, -x\}$ tali che $f(x) = f(-x)$.*

Esercizio 3. *Siano A_1, A_2, A_3 sottoinsiemi chiusi di S^2 tali che $S^2 = A_1 \cup A_2 \cup A_3$. Dimostrare che almeno uno fra gli A_i contiene una coppia di punti antipodali.*