

## Nono Tutorato GE220

23 MAGGIO 2019

A.A. 2018/2019

DOCENTE: MARGARIDA MELO

ESERCITATORE: RAFFAELE CARBONE

TUTORI: GIOVANNI PASSERI, STEFANO SERPENTE

**Esercizio 1.** *Calcolare il gruppo fondamentale di due sfere tangenti.*

**Esercizio 2.** *Sia  $r \subset \mathbb{R}^3$  una retta. Calcolare il gruppo fondamentale di  $\mathbb{R}^2 \setminus r$ .*

**Esercizio 3.** *Mostrare che  $\mathbb{R}$  ed  $X := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid xy = 0\}$  sono omotopicamente equivalenti ma non omeomorfi.*

**Esercizio 4.** *Mostrare che l'ipercubo  $H := \{(x_1, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n \mid \text{per ogni } i \mid x_i \leq 1\}$  ha gruppo fondamentale banale.*

**Esercizio 5.** *Mostrare che uno spazio topologico  $X$  è semplicemente connesso se e solo se per ogni  $f : S^1 \rightarrow X$  continua  $f$  si estende al disco chiuso  $D^2$ . Dedurre che se **in via del tutto ipotetica**  $S^1$  fosse semplicemente connesso, allora ne seguirebbe che ogni spazio topologico avrebbe gruppo fondamentale banale.*

**Esercizio 6.** *Sia  $X \subset \mathbb{R}^2$  convesso. Calcolare il gruppo fondamentale di  $X \setminus \{x\}$ .*