

Corso di laurea in Matematica - Anno Accademico
2021/2022

GE460 - Teoria dei grafi - Esercitazione 3

DOCENTE: MARGARIDA MELO

Esercizio 1. *Un grafo G si dice dispari se ogni vertice di G ha grado dispari. Mostrare che G è dispari se e solo se $|\partial X| \equiv |X| \pmod{2}$, per ogni sottoinsieme $X \subset V$.*

Esercizio 2. *Sia G un grafo e $e \in E(G)$ un lato di G . Mostrare che:*

- (i) Se G è non separabile allora G/e o $G \setminus e$ è nonseparabile.*
- (ii) Se G/e è nonseparabile e e non è né un cappio né un lato di taglio di G , allora G è nonseparabile.*

Esercizio 3. *Sia G un grafo e $e \in E(G)$ un lato di G . Mostrare che:*

- (i) Se G è k -connesso, allora G/e è $(k-1)$ -connesso;*
- (ii) Se $|V(G)| \geq 3$ e G è k -connesso per lati, allora G/e è k -connesso per lati.*
- (iii) Se G è planare, allora G/e è planare.*

Esercizio 4. *(i) Sia F un grafo di grado massimo al più 3. Mostrare che un grafo G ha un minore isomorfo ad F se e solo se contiene un sottografo isomorfo ad una suddivisione di F .*

- (ii) Mostrare che se un grafo contiene un minore isomorfo a K_5 , allora contiene una suddivisione di Kuratovski (i.e., una suddivisione di $K_{3,3}$ o di K_5).*