

Corso di laurea in Matematica - Anno Accademico 2016/2017
GE220 - Geometria 3 - Tutorato XI

DOCENTE: PROF. MARGARIDA MELO
TUTORI: DAVIDE CIACCIA, MATTEO BRUNO

ESERCIZIO 1 Si calcoli il gruppo fondamentale di due sfere tangenti in \mathbb{R}^3 .

ESERCIZIO 2 Siano X, Y spazi topologici, $p : Y \rightarrow X$ un rivestimento. Si dimostri che X è di Hausdorff $\Leftrightarrow Y$ è di Hausdorff.

ESERCIZIO 3 Siano X uno spazio topologico e Y uno spazio discreto. Si mostri che la proiezione $\pi : X \times Y \rightarrow X$ è un rivestimento.

ESERCIZIO 4 Sia \mathcal{A} la relazione di antipodalità su S^2 , e sia $\pi : S^2 \rightarrow S^2/\mathcal{A}$. Si dimostri che π è un rivestimento.

ESERCIZIO 5 Siano X, Y spazi topologici, $p : Y \rightarrow X$ un rivestimento. Sia inoltre X uno spazio T_1 e compatto. Dimostrare che se Y è compatto allora p ha grado finito.

ESERCIZIO 6 Sia $U := (\{z = 0\} - \{x^2 + y^2 \leq 1\})$. Calcolare il gruppo fondamentale dei seguenti sottospazi di \mathbb{R}^3 , quindi stabilire quali sono omotopicamente equivalenti fra loro.

(a) $X := U \cup (S^2 \cap \{z \geq 0\})$

(b) $Y := U \cup (\{x^2 + y^2 = 1\})$

(c) $W := U \cup S^2$

(d) $Z := U \cup (\{x^2 + y^2 - (z + 1)^2 = 0\} \cap \{z \leq 0\}) \cup (\{x^2 + y^2 - (z - 1)^2 = 0\} \cap \{z \geq 0\})$

ESERCIZIO 7 Si calcoli il gruppo fondamentale di $\mathbb{R}^3 \setminus \{x = 0 \wedge y = 0\} \setminus \{x^2 + y^2 = 1 \wedge z = 0\}$.