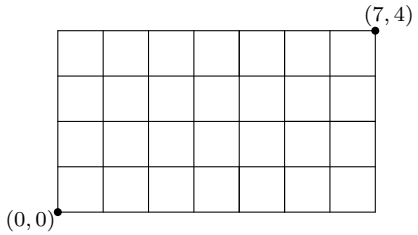
TFA - geometria - tecniche di conteggio
Francesca Merola
merola@mat.uniroma3.it

Attività

Ad Alice piace andare a da casa a scuola facendo ogni giorno un percorso differente: le possibili strade sono rappresentate in figura. Sapendo che la sua casa è in $(0,0)$, la scuola è in $(7,4)$, e che Alice si sposta sempre di un'unità verso destra o di un'unità verso l'alto, quanti sono i possibili percorsi da casa a scuola?



Esercizi su coefficienti binomiali

Mostrare che si ha:

1. $\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k}^2 = \binom{2n}{n}$;
2. $\binom{n}{k}\binom{k}{l} = \binom{n}{l}\binom{n-l}{k-l}$;
3. $\sum_{i=0}^{k} \binom{m}{i}\binom{n}{k-i} = \binom{m+m}{k}$;
4. $\sum_{k=1}^{n} k\binom{n}{k} = n2^{n-1}$.

Attività

"Trovare" nel triangolo di Tartaglia i numeri triangolari, i quadrati, i numeri di Fibonacci.

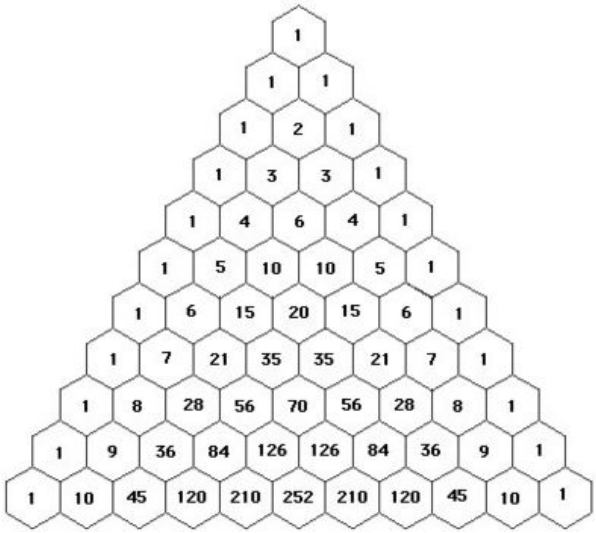


Figure 1: Il triangolo di Tartaglia/Pascal

Esercizi

1. Sia F_n l'n-mo numero di Fibonacci.

   (a) Ci sono n sedie in fila. Mostrare che il numero di modi di scegliere un sottoinsieme di sedie senza che ce ne siano due consecutive è dato da F_{n+1}.

   (b) Mostrare che si ha $F_n^2 - F_{n+1}F_{n-1} = (-1)^n$ per $n \geq 1$.

   (c) Mostrare che si ha $\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1$.

2. Trovare la successione che soddisfa la ricorrenza lineare

$$g_n = 5g_{n-1} - 6g_{n-2}$$

   con le condizioni iniziali $g_0 = 1, g_1 = 2$.