

Combinatoria e Matematica Discreta

Foglio 4

1. Determinare l'insieme degli elementi invertibili di $\mathbb{Z}_{26}$, $\mathbb{Z}_{30}$ e $\mathbb{Z}_{48}$.
2. Determinare l'inverso di $\bar{7}$ in $\mathbb{Z}_{26}$, $\mathbb{Z}_{30}$ e $\mathbb{Z}_{48}$.
3. Dimostrare che, se x e y sono invertibili in $\mathbb{Z}_n$, allora anche xy e x^{-1} lo sono.
4. Trovare quoziente e resto della divisione di $p(x)$ per $q(x)$ con
 - (a) $p(x) = x^3 + x^2 + 1$ e $q(x) = x^2 + x + 1$;
 - (b) $p(x) = x^5 + x^4 + 2x^3 + x^2 + 4x + 2$ e $q(x) = x^2 + 2x + 3$.
5. Trovare i polinomi irriducibili di grado 3 in $\mathbb{Z}_2[x]$. Costruire un campo con 8 elementi.
6. Trovare i polinomi irriducibili di grado 2 in $\mathbb{Z}_3[x]$. Costruire un campo con 9 elementi.
7. Nel campo con 9 elementi $\mathbb{Z}_3[x]/\langle x^2 + 1 \rangle$, trovare l'inverso degli elementi $[\bar{2}x]$, $[\bar{2} + \bar{2}x]$, e calcolare i prodotti
 - (a) $[x^4 + \bar{2}x^3 + x^2 + \bar{2}x] \cdot [x^2 + x + \bar{2}]$
 - (b) $[x^3 + \bar{2}x^2 + \bar{1}] \cdot [x^2 + \bar{2}x]$
8. Nel campo con 8 elementi $\mathbb{Z}_2[x]/\langle x^3 + x^2 + 1 \rangle$ trovare l'inverso degli elementi $[x^2 + x]$, $[x^2 + \bar{1}]$, e calcolare i prodotti
 - (a) $[x^4 + x^3 + x^2] \cdot [x^2 + x + \bar{1}]$
 - (b) $[x^3 + x^2 + \bar{1}] \cdot [x^2 + x]$