

### Esercizi di Geometria - Diagonalizzazione

1. La matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1/2 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1/2 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$$

è diagonalizzabile? Se sì, trovare la matrice diagonalizzante e la forma diagonale. (es. 17 p. 134)

2. Stabilire per quali valori di  $k \in \mathbb{R}$  sono diagonalizzabili le matrici:

- (a) (es. 9 p. 126)

$$B = \begin{pmatrix} k & 0 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & k \end{pmatrix}$$

- (b) ( $\sim$  es. 4 p. 122)

$$C = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & k \end{pmatrix}$$

- (c) (es. 14 p. 131)

$$D = \begin{pmatrix} 2 & 2 & -k \\ 0 & k & 0 \\ k & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

- (d)

$$E = \begin{pmatrix} k & -9 & 2 \\ -1 & k & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

Fissato uno di questi valori, determinare la matrice diagonalizzante ed una forma diagonale per ognuna delle matrici.

3. Per quali  $k \in \mathbb{R}$  il vettore  $\mathbf{v} = (1, 4, 2)$  è un autovettore della matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & k \\ k & 0 & 1 \end{pmatrix}?$$

4. Trovare una matrice avente come autovettori i vettori  $\mathbf{v}_1 = (1, 2, -1)$ ,  $\mathbf{v}_2 = (0, 1, 1)$ ,  $\mathbf{v}_3 = (1, 0, 1)$  associati agli autovalori  $\lambda_1 = 0$ ,  $\lambda_2 = 1$ ,  $\lambda_3 = 4$ .

5. Vero o falso?

- (a) Se  $A$  è una matrice tale che  $\det(A) = 3/2$ , allora 0 può essere un autovalore di  $A$ .
- (b) Sia  $A$  una matrice  $2 \times 2$  con autovalori 1,  $-1$ . Se  $\mathbf{v}$  è un autovettore associato a 1, allora  $-\mathbf{v}$  è un autovettore associato a  $-1$ .
- (c) Sia  $A$  una matrice  $2 \times 2$  con autovalori 2, 3. Gli autovettori di  $A^2$  sono 4, 9.