Esercizi di Geometria - Sistemi

1. Risolvere il sistema lineare:
$$\begin{cases} 2x - 4y + 5z = 10 \\ x + y - z = 1 \\ 3x - 3y + 4z = 11 \end{cases}$$

2. Discutere, al variare di $k \in \mathbb{R}$, la risolubilità dei sistemi:

   (a)
$$\begin{cases} x - y = -2 \\ kx + y + 3z = 3 \\ 2x + 2z = k \end{cases}$$

   (b)
$$\begin{cases} 2x - 3y + kz - 1 = 0 \\ y + 2kx + 2 = 0 \\ 3x + 2y - kz = 0 \end{cases}$$

   (c)
$$\begin{cases} x + ky - z = 2 \\ ky + x + z = 0 \\ x - ky - 2z = 1 \end{cases}$$

   (d)
$$\begin{cases} x_1 - x_3 = 2 \\ 2x_1 - x_2 = 3 \\ x_2 - 2x_3 = 1 \\ 3x_1 - x_2 - kx_3 = k \end{cases}.$$

   Risolvere poi i sistemi.

3. Studiare la risolubilità del sistema omogeneo:
$$\begin{cases} (1-k)y + 2z = 0 \\ x + ky = 0 \\ x + y + kz = 0 \end{cases}$$

   Risolvere poi il sistema.

4. Vero o falso?

   (a) Si consideri un sistema lineare con 4 equazioni e 5 incognite. Il sistema può avere un numero finito di soluzioni. Il sistema può non avere soluzioni.

   (b) Si consideri un sitema lineare omogeneo con 4 equazioni e 4 incognite. Sia A la matrice dei coefficienti. Se $\det(A) \neq 0$, allora il sistema ha solo la soluzione $(0, 0, 0, 0)$.;

   (c) Si consideri un sistema lineare quadrato (n equazioni e n incognite). Il sistema può avere esattamente 2 soluzioni.