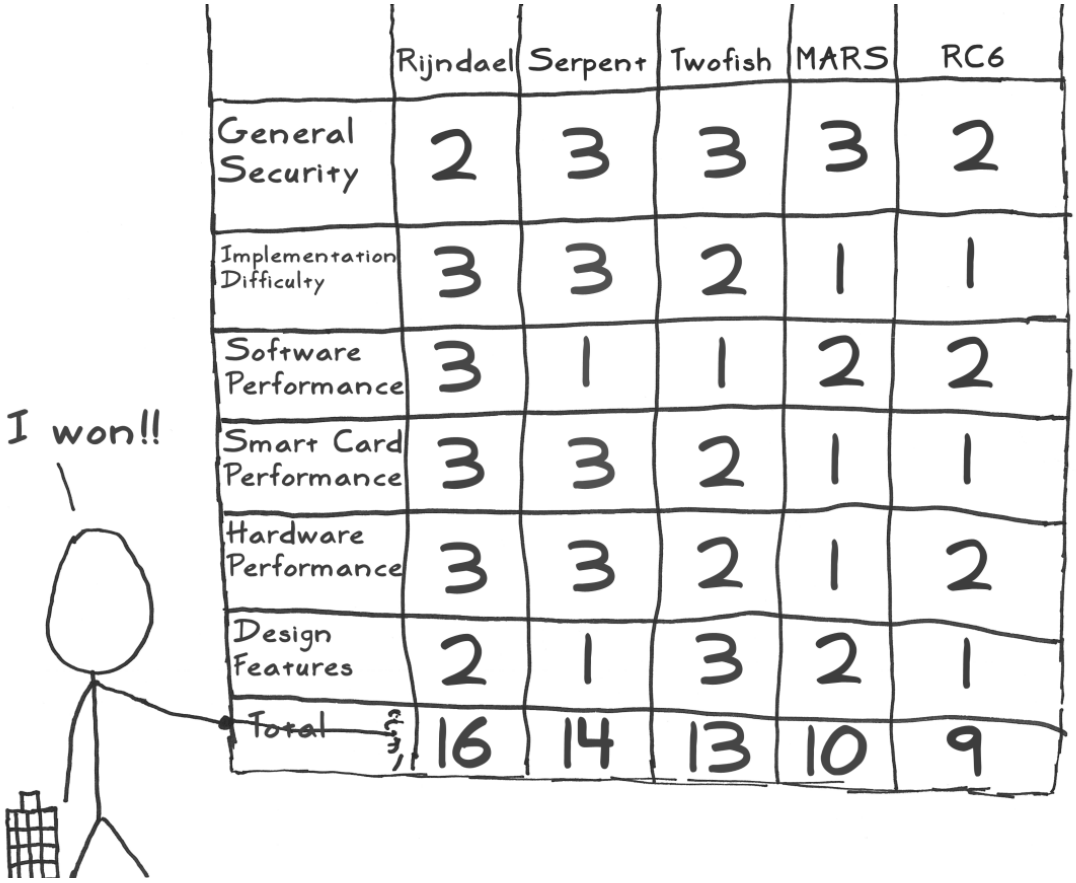
storia AES

- nel settembre 97 il NIST comincia la selezione del successore del DES
- si chiamerà AES – Advanced Encryption Standard
- 21 proposte - solo 15 soddisfano i criteri necessari
- i 15 candidati vengono annunciati nella *First AES Candidate Conference*, nel 98
- seguono la *Second AES Candidate Conference*, a Roma nel 99, dopo la quale vengono annunciati i 5 finalisti
- sono MARS, RC6, Rijndael, Serpent, Twofish
- la *Third AES Candidate Conference* si tiene nel'aprile 2000
- nell'ottobre 2000 viene scelto Rijndael

- la competizione è stata molto internazionale
- Rijndael è stato proposta da due crittografi belgi: Daemen e Rijmen
- MARS (IBM), RC6 (Rivest e RSA Security), Twofish (Schneier e altri)
- Serpent è di Anderson (UK), Biham (Israele), Knudsen (Danimarca)



(illustrazione di Jeff Moser da `http://www.moserware.com`)

AES

- preceduto da SHARK (attaccato con successo da Jakobsen e Knudsen)
- e da Square
- blocchi di lunghezza 128
- 3 lunghezze per la chiave: 128, 192, 256
- nr di round 10, 12, 14 a seconda della lunghezza della chiave
- descriviamo la versione a 10 round con chiave di 128 bit

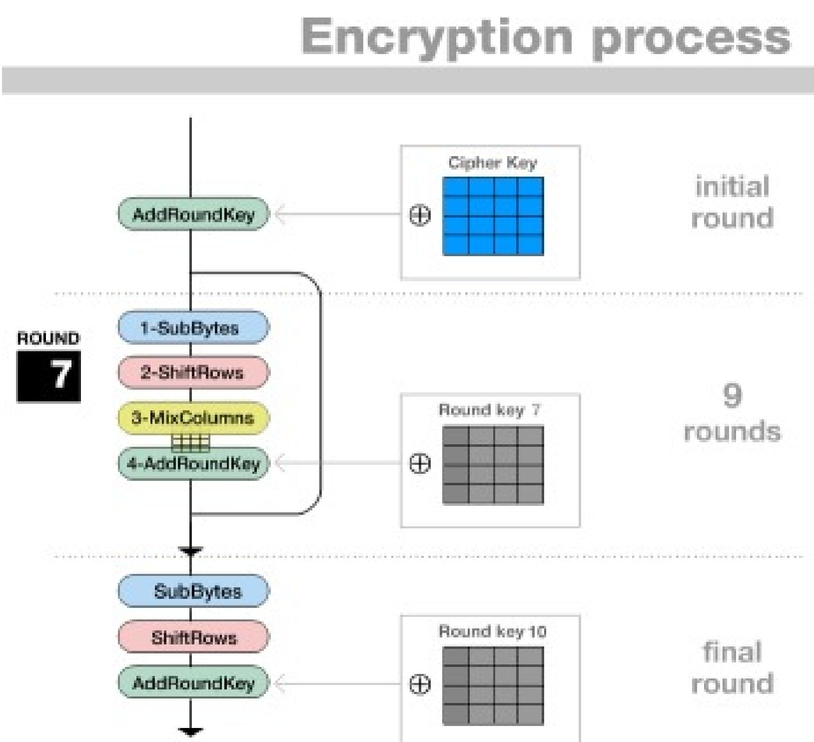
AES - blocchi

- in ogni momento, il blocco di 128 bit è pensato come una matrice 4×4 di byte (8 bit) – 16 byte = 128 bit

$$\begin{matrix} s_{0,0} & s_{0,1} & s_{0,2} & s_{0,3} \\ s_{1,0} & s_{1,1} & s_{1,2} & s_{1,3} \\ s_{2,0} & s_{2,1} & s_{2,2} & s_{2,3} \\ s_{3,0} & s_{3,1} & s_{3,2} & s_{3,3} \end{matrix}$$

- spesso $s_{i,j}$ viene pensato come una coppia di cifre esadecimali (ognuna rappresenta 4 bit)
- ex: $s_{i,j} = 5D = 01011101 = a_7 a_6 a_5 a_4 a_3 a_2 a_1 a_0$
- per alcune operazioni i byte vengono trattati come elementi del campo $GF(2^8) = \mathbb{Z}_2[x]/(x^8 + x^4 + x^3 + x + 1)$; (Rijndael's finite field)
- a ogni stadio dell'algoritmo, la tabella si chiama **Stato** (state)

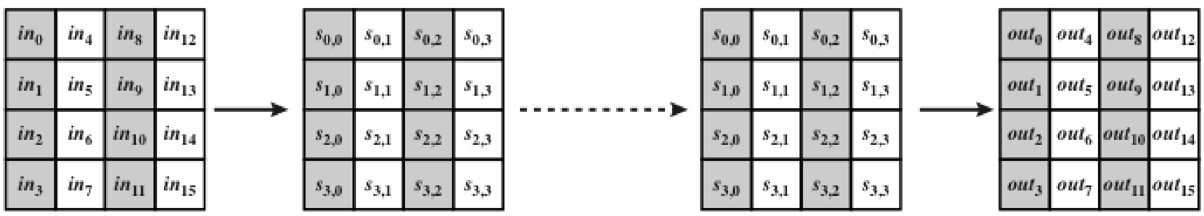
AES - descrizione (10 round)



AES - descrizione (10 round)

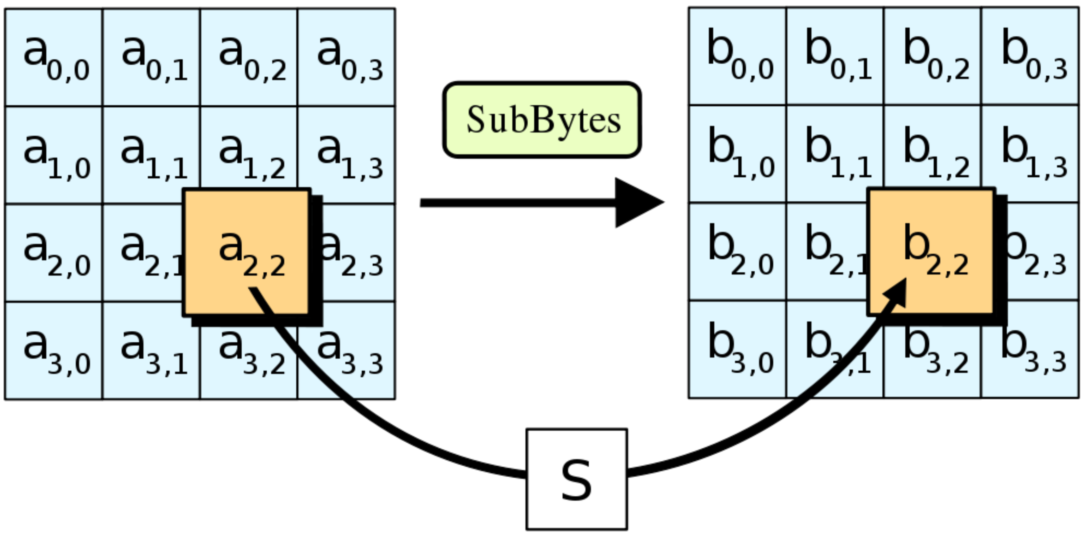
- dato un PT x, si inizializza la tabella **Stato** con x. Si esegue la trasformazione ADDROUNDKEY, che è uno XOR fra **Stato** e la chiave di round
- per i primi 9 round:
  - sostituzione SUBBYTES su **Stato** usano una S-box
  - permutazione SHIFTROWS
  - trasformazione MIXCOLUMNS
  - trasformazione ADDROUNDKEY
- nel 10 round si salta MIXCOLUMNS: si esegue dunque SUBBYTES, SHIFTROWS e ADDROUNDKEY
- l'output **Stato** è il CT y

AES



(a) Input, state array, and output

AES - SubBytes



	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	a	b	c	d	e	f
00	63	7c	77	7b	f2	6b	6f	c5	30	01	67	2b	fe	d7	ab	76
10	ca	82	c9	7d	fa	59	47	f0	ad	d4	a2	af	9c	a4	72	c0
20	b7	fd	93	26	36	3f	f7	cc	34	a5	e5	f1	71	d8	31	15
30	04	c7	23	c3	18	96	05	9a	07	12	80	e2	eb	27	b2	75
40	09	83	2c	1a	1b	6e	5a	a0	52	3b	d6	b3	29	e3	2f	84
50	53	d1	00	ed	20	fc	b1	5b	6a	cb	be	39	4a	4c	58	cf
60	d0	ef	aa	fb	43	4d	33	85	45	f9	02	7f	50	3c	9f	a8
70	51	a3	40	8f	92	9d	38	f5	bc	b6	da	21	10	ff	f3	d2
80	cd	0c	13	ec	5f	97	44	17	c4	a7	7e	3d	64	5d	19	73
90	60	81	4f	dc	22	2a	90	88	46	ee	b8	14	de	5e	0b	db
a0	e0	32	3a	0a	49	06	24	5c	c2	d3	ac	62	91	95	e4	79
b0	e7	c8	37	6d	8d	d5	4e	a9	6c	56	f4	ea	65	7a	ae	08
c0	ba	78	25	2e	1c	a6	b4	c6	e8	dd	74	1f	4b	bd	8b	8a
d0	70	3e	b5	66	48	03	f6	0e	61	35	57	b9	86	c1	1d	9e
e0	e1	f8	98	11	69	d9	8e	94	9b	1e	87	e9	ce	55	28	df
f0	8c	a1	89	0d	bf	e6	42	68	41	99	2d	0f	b0	54	bb	16

AES - SubBytes

- i byte vengono trattati come elementi del campo $GF(2^8) = \mathbb{Z}_2[x]/(x^8 + x^4 + x^3 + x + 1)$; (Rijndael's finite field)
- la sostituzione - Sub-bytes prende in input un byte $a_7 \ldots a_1 a_0$ e dà in output un byte $b_7 \ldots b_1 b_0$
  1. $a = a_7x^7 + \cdots + a_1x + a_0 \in GF(2^8)$
  2. si calcola $a^{-1} = \widehat{a_7}x^7 + \cdots + \widehat{a_1}x + \widehat{a_0} \in GF(2^8)$
  3. si applica una trasformazione affine a $\widehat{a_7} \ldots \widehat{a_1}\widehat{a_0}$ (della forma $Ax + B$, A matrice invertibile 8×8, B matrice 8×1)
  4. il risultato dà l'output $b_7 \ldots b_1 b_0$
- si può mostare che la trasformazione $a \to a^{-1}$ fornisce non-linearità e "resiste bene" alla crittoanalisi lineare e differenziale
- senza trasformazione affine la sostituzione non è sicura – questo è il problema di SHARK

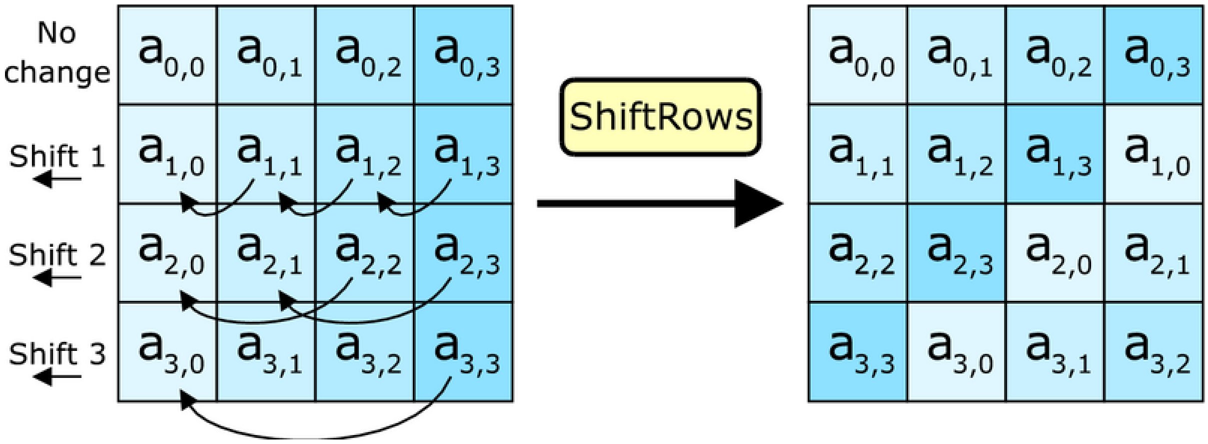
trasformazione affine

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	a	b	c	d	e	f
00	63	7c	77	7b	f2	6b	6f	c5	30	01	67	2b	fe	d7	ab	76
10	ca	82	c9	7d	fa	59	47	f0	ad	d4	a2	af	9c	a4	72	c0
20	b7	fd	93	26	36	3f	f7	cc	34	a5	e5	f1	71	d8	31	15
30	04	c7	23	c3	18	96	05	9a	07	12	80	e2	eb	27	b2	75
40	09	83	2c	1a	1b	6e	5a	a0	52	3b	d6	b3	29	e3	2f	84
50	53	d1	00	ed	20	fc	b1	5b	6a	cb	be	39	4a	4c	58	cf
60	d0	ef	aa	fb	43	4d	33	85	45	f9	02	7f	50	3c	9f	a8
70	51	a3	40	8f	92	9d	38	f5	bc	b6	da	21	10	ff	f3	d2
80	cd	0c	13	ec	5f	97	44	17	c4	a7	7e	3d	64	5d	19	73
90	60	81	4f	dc	22	2a	90	88	46	ee	b8	14	de	5e	0b	db
a0	e0	32	3a	0a	49	06	24	5c	c2	d3	ac	62	91	95	e4	79
b0	e7	c8	37	6d	8d	d5	4e	a9	6c	56	f4	ea	65	7a	ae	08
c0	ba	78	25	2e	1c	a6	b4	c6	e8	dd	74	1f	4b	bd	8b	8a
d0	70	3e	b5	66	48	03	f6	0e	61	35	57	b9	86	c1	1d	9e
e0	e1	f8	98	11	69	d9	8e	94	9b	1e	87	e9	ce	55	28	df
f0	8c	a1	89	0d	bf	e6	42	68	41	99	2d	0f	b0	54	bb	16

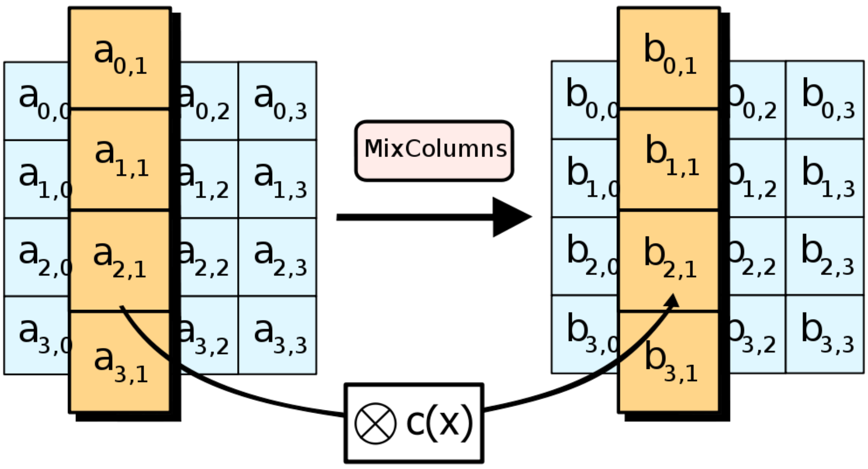
- se si parte da 53, la tabella dà *ED*
- $53 = 01010011$ rappresenta il polinomio $x^6 + x^4 + x + 1$
- si può mostrare (usando per esempio l'algoritmo di Euclide esteso) che l'inverso di questo elemento in $GF(2^8)$ è il polinomio $x^7 + x^6 + x^3 + x$, che in notazione binaria è 11001010
- la trasformazione affine dà $11001010 \rightarrow 11101101$
- in esadecimale $11101101 \rightarrow ED$

AES - SHIFTROWS



- funziona come sopra
- i 4 byte di una stessa colonna vengono sparsi sulle 4 colonne
- fornisce diffusione

AES - MIXCOLUMNS



- opera su ogni colonna
- può essere descritta come prodotto di matrici in $GF(2^8)$ – è una trasformazione lineare

$$\begin{pmatrix} 02 & 03 & 01 & 01 \\ 01 & 02 & 03 & 01 \\ 01 & 01 & 02 & 03 \\ 03 & 01 & 01 & 02 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a_{0,0} & a_{0,1} & a_{0,2} & a_{0,3} \\ a_{1,0} & a_{1,1} & a_{1,2} & a_{1,3} \\ a_{2,0} & a_{2,1} & a_{2,2} & a_{2,3} \\ a_{3,0} & a_{3,1} & a_{3,2} & a_{3,3} \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} b_{0,0} & b_{0,1} & b_{0,2} & b_{0,3} \\ b_{1,0} & b_{1,1} & b_{1,2} & b_{1,3} \\ b_{2,0} & b_{2,1} & b_{2,2} & b_{2,3} \\ b_{3,0} & b_{3,1} & b_{3,2} & b_{3,3} \end{pmatrix}$$

- la moltplicazione è sempre quella di $GF(2^8) = \mathbb{Z}_2[x]/(x^8 + x^4 + x^3 + x + 1)$
- $$(02 \quad 03 \quad 01 \quad 01) \begin{pmatrix} 87 \\ 6E \\ 46 \\ A6 \end{pmatrix}$$
  $$= (02 \bullet 87) \oplus (03 \bullet 6E) \oplus (01 \bullet 46) \oplus (01 \bullet A6) = 47$$
- la matrice è circolante
- viene da un codice (correttore di errori) MDS (maximum distance separable)

chiave

- AddRoundKey è uno XOR
- viene usata 11 volte nella versione a 10 round
- la chiave è a 128 bit (sempre nella versione a 10 round)
- abbiamo bisogno di ottenere 11 chiavi di round a 16 byte (=128 bit)
- si usa la procedura KeyExpansion
- è la parte dell'algoritmo che è stata più criticata (soprattutto per la versione con chiave a 256 bit)

KeyExpansion

- si lavora sulle colonne - ogni colonna è pensata come una parola di 4 byte
- ci sevono 44 parole (11 byte) $w[0], w[1], \ldots w[43]$
- la chiave di partenza occupa le prime 4 parole
- le rimanenti 40 parole vengono generate 4 alla volta

(b) Key and expanded key

KeyExpansion

- la chiave di partenza occupa le prime 4 parole
- le rimanenti 40 parole vengono generate 4 alla volta
- ogni parola $w[i]$ $(i \geq 4)$ dipende solo dalla precedente $w[i-1]$ e da quella che si trova 4 posizioni prima, $w[i-4]$
- per le posizioni $i \not\equiv 0 \pmod 4$, $w[i] = w[i-1] \oplus w[i-4]$
- per le posizioni $i \equiv 0 \pmod 4$, $w[i] = g(w[i-1]) \oplus w[i-4]$

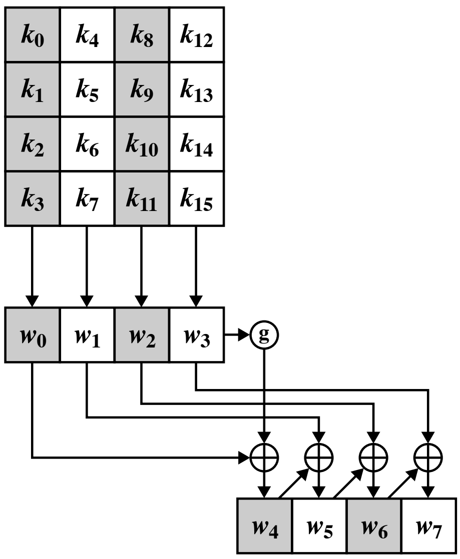


Figure 5.6 AES Key Expansion

- la funzione g nella $\textsc{KeyExpansion}$ usa la S-box $\textsc{SubBytes}$ della cifratura
- per prima cosa si ruota la parola: $\begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} \to \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_0 \end{bmatrix}$
- a questa parola si applica la sostituzione $\textsc{SubBytes}$
- il primo byte della parola ottenuta viene messo in XOR con una costante che dipende dal round

decifratura

- non è un cifrario di Feistel – cifratura e decifratura sono un po' differenti
- chiaramente bisogna applicare tutte le trasformazioni nell'ordine inverso, e usare le chiavi nell'ordine inverso.
- inoltre devo usare le operazioni inverse di $\textsc{MixColumns}$, $\textsc{ShiftRows}$ e $\textsc{SubBytes}$ – solo $\textsc{AddRoundKey}$ coincide con la sua inversa

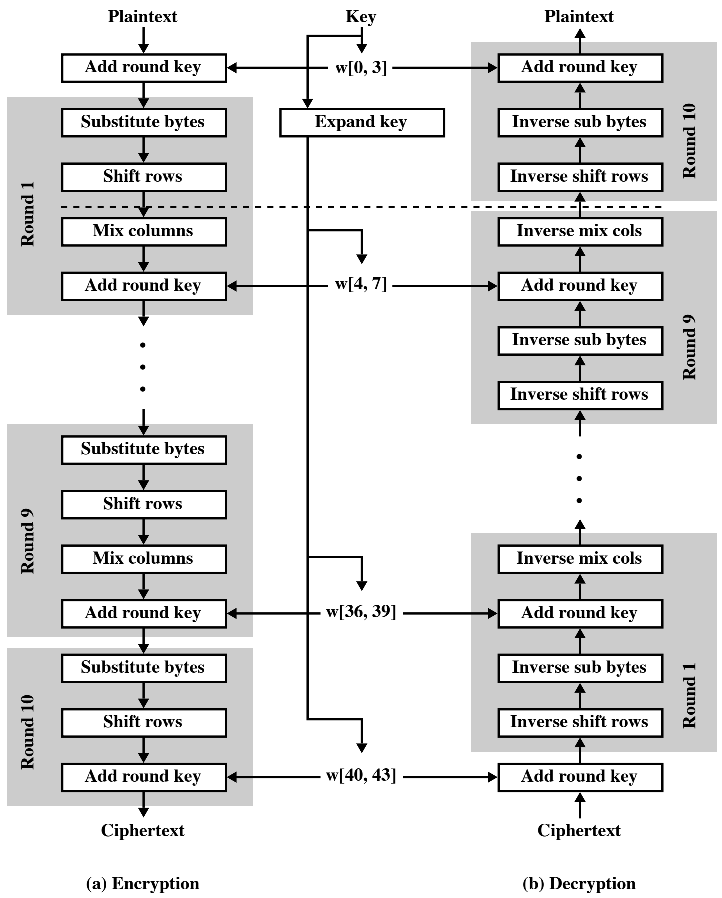


Figure 5.1 AES Encryption and Decryption

- per esempio, InverseMixColumns è la trasformazione

$$\begin{pmatrix} 0E & 0B & 0D & 09 \\ 09 & 0E & 0B & 0D \\ 0D & 09 & 0E & 0B \\ 0B & 0D & 09 & 0E \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a_{0,0} & a_{0,1} & a_{0,2} & a_{0,3} \\ a_{1,0} & a_{1,1} & a_{1,2} & a_{1,3} \\ a_{2,0} & a_{2,1} & a_{2,2} & a_{2,3} \\ a_{3,0} & a_{3,1} & a_{3,2} & a_{3,3} \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} b_{0,0} & b_{0,1} & b_{0,2} & b_{0,3} \\ b_{1,0} & b_{1,1} & b_{1,2} & b_{1,3} \\ b_{2,0} & b_{2,1} & b_{2,2} & b_{2,3} \\ b_{3,0} & b_{3,1} & b_{3,2} & b_{3,3} \end{pmatrix}$$

- è un po' più pesante da implementare

sicurezza

- primi attacchi teorici nel 2009
- alle versioni con chiavi lunghe
- Dall'abstract dell'articolo di Alex Biryukov, Orr Dunkelman, Nathan Keller, Dmitry Khovratovich e Adi Shamir:

  AES is the best known and most widely used block cipher. Its three versions (AES-128, AES-192, and AES-256) differ in their key sizes (128 bits, 192 bits and 256 bits) and in their number of rounds (10, 12, and 14, respectively). In the case of AES-128, there is no known attack which is faster than the 2^{128} complexity of exhaustive search. However, AES-192 and AES-256 were recently shown to be breakable by attacks which require 2^{176} and 2^{119} time, respectively. While these complexities are much faster than exhaustive search, they are completely non-practical, and do not seem to pose any real threat to the security of AES-based systems.