

Programma del corso di Geometria e Combinatoria
primo modulo
per l'a.a. 2019/20
(Francesca Merola)

- Richiami di teoria degli insiemi. Unione, intersezione, prodotto cartesiano, differenza, complementare. Insieme delle parti di un insieme finito, e sua cardinalità.
- Elementi di logica: calcolo proposizionale. Operazioni di negazione, congiunzione, disgiunzione, XOR, implicazione logica, doppia implicazione. Tavole di verità. Equivalenza logica. Tautologie e contraddizioni. Cenni sui predicati. Quantificatore universale e esistenziale.
- Applicazioni fra insiemi. Dominio, codominio, immagine, controimmagine. Applicazioni iniettive, suriettive, biiettive. Applicazione inversa. Prodotto operatorio fra applicazioni. Identità. L'insieme delle applicazioni fra due insiemi finiti e la sua cardinalità. Permutazioni.
- Relazioni. Proprietà riflessiva, simmetrica, antisimmetrica, transitiva: relazione di ordine e di equivalenza. Esempi di relazioni. Insiemi parzialmente ordinati. Relazioni di equivalenza, classi di equivalenza, insieme quoziente.
- Numeri interi: divisibilità e sue proprietà. Divisione con il resto. Massimo comune divisore. Algoritmo di Euclide. Identità di Bézout, algoritmo di Euclide esteso. Equazioni diofantine. Applicazione dell'algoritmo di Euclide alla ricerca di soluzioni intere per l'equazione $ax + by = c$. Numeri primi. Teorema fondamentale dell'aritmetica e teorema di Euclide.
- Congruenza modulo n . L'insieme $\mathbb{Z}_n$ delle classi resto modulo n . Somma e moltiplicazione in $\mathbb{Z}_n$. Congruenze lineari. Condizione per la risolubilità. Descrizione delle soluzioni delle congruenze lineari. Sistemi di congruenze e teorema cinese dei resti. Elementi invertibili in $\mathbb{Z}_n$. Funzione ϕ di Eulero. Piccolo teorema di Fermat, teorema di Eulero-Fermat.
- Combinatoria: disposizioni e combinazioni senza ripetizioni, coefficienti binomiali. Proprietà dei coefficienti binomiali, Sviluppo del binomio. Disposizioni e combinazioni con ripetizioni, triangolo di Tartaglia.
- Insiemi parzialmente ordinati, diagrammi di Hasse. Massimo e minimo, elementi massimali e minimali, maggioranti e minoranti, sup e inf. Reticoli. Proprietà di inf e sup in un reticolo. Reticoli algebrici. Reticoli limitati, complementati, distributivi. Algebre di Boole.