

**Esercizi di Geometria**  
Riduzione a gradini

1. Ridurre nella forma a gradini le seguenti matrici:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -2 & 1 \\ 2 & -1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & -3 & 2 \end{pmatrix};$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & -1 & 0 \\ -2 & 2 & 8 \\ 3 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

2. Usando l'algoritmo di Gauss, risolvere i seguenti sistemi:

$$\begin{cases} x + 2y - z = 0 \\ z + y = -1 \\ x - z = 3 \end{cases};$$

$$\begin{cases} x + 3y - 2z + w = 1 \\ 2x - y + z - 2w = -2 \\ 3x + y - 3z + w = 3 \end{cases}.$$

3. (a) Per quali valori di  $k \in \mathbb{R}$  il seguente sistema ammette soluzioni?

$$\begin{cases} x + z = 0 \\ x + y = -1 \\ z + ky = 2 \end{cases}.$$

- (b) Per quali valori di  $k \in \mathbb{R}$  il seguente sistema ammette soluzioni?

$$\begin{cases} 2x + y = -1 \\ -x + 4y = 4 \\ x + 3y = 2k \end{cases}.$$

- (c) Per quali valori di  $k \in \mathbb{R}$  il seguente sistema ammette infinite soluzioni?

$$\begin{cases} x + z = 3 \\ x + y = -1 \\ z + ky = 4 \end{cases}.$$

4. Un sistema di 5 equazioni in 7 incognite può avere un numero finito di soluzioni? Può non avere soluzioni?
5. Un sistema di 7 equazioni in 5 incognite può avere un numero finito di soluzioni? Può non avere soluzioni?