

Esercizi di Geometria
Inversa di una matrice

1. Applicando l'algoritmo di inversione, stabilire quali fra matrici sotto riportate sono invertibili, e calcolare la matrice inversa di quelle che lo sono.

(a)

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix};$$

(b)

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & 4 & -3 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix};$$

(c)

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 5 & -1 & -3 \\ 4 & -3 & 7 & -6 \\ 2 & -3 & 2 & -3 \\ 6 & 2 & 4 & -9 \end{pmatrix};$$

(d)

$$D = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix},$$

2. Determinare la matrice A tale che

(a)

$$3A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -3 & 1 \end{pmatrix};$$

(b)

$$(A^{-1} - 3I)^T = 5 \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix};$$

3. Determinare quali delle seguenti affermazioni sono vere, e quali false. (Fornire una dimostrazione se l'affermazione è vera, e un controesempio se falsa.) Siano A, B due matrici quadrate dello stesso ordine.

(a) Se $A^3 = 3I$, allora A è invertibile.

(b) Se A è invertibile e $AC = I$, allora $C = A^{-1}$.

(c) Se A e B sono invertibili, allora anche AB lo è.

(d) Se A e B sono invertibili, allora anche $A + B$ lo è.

4. Mostrare che una matrice triangolare superiore è invertibile se e solo se gli elementi sulla sua diagonale principale sono tutti non nulli, e che, in tal caso, l'inversa è una matrice triangolare superiore.