

geometria e combinatoria

invertibili modulo n , gruppi, campi

1. Determinare l'insieme degli elementi invertibili di \mathbb{Z}_{27} , \mathbb{Z}_{30} e \mathbb{Z}_{48} .
2. Determinare l'inverso di $\bar{7}$ in \mathbb{Z}_{27} , \mathbb{Z}_{30} e \mathbb{Z}_{48} usando sia l'identità di Bézout che il teorema di Eulero ($a^{\varphi(n)} \equiv 1 \pmod{n}$).
3. Provare che, se x e y sono invertibili in \mathbb{Z}_n , allora anche xy e x^{-1} lo sono.
4. Descrivere i sottogruppi del gruppo $(U(\mathbb{Z}_{50}), \cdot)$, quelli del gruppo $(\mathbb{Z}_{20}, +)$ e quelli di (S_4, \circ) .
5. Per quali k fra 1 e 50 esiste un campo finito con k elementi?
6. Quanti e quali sono i polinomi di grado minore di 3 a coefficienti in $\mathbb{Z}_2 = \{\bar{0}, \bar{1}\}$?