geometria e combinatoria

insiemi

1. Descrivere $A \cap B$ nei seguenti casi:

   (a) A è l'insieme dei numeri naturali pari, B quello dei numeri naturali divisibili per 5;

   (b) $A = \{x \in \mathbb{Z} \,|\, x = 2t, t \in \mathbb{Z}\}$, B è l'insieme dei numeri primi;

   (c) $A = 6\mathbb{Z}$, $B = 9\mathbb{Z}$ (per $a \in \mathbb{Z}$,$a\mathbb{Z}$ è l'insieme dei multipli di a).

2. Vero o falso?

   (a) $1 \in \{1, 2, \{3, 4\}\}$.

   (b) $1 \in \{\{1, 2\}, \{3, 4\}\}$.

   (c) $\{1, 2, 1\} \subseteq \{1, 2\}$.

   (d) $\{1, 2\} \in \{\{1, 2\}, \{3, 4\}\}$.

   (e) $\{1, 2\} \subseteq \{\{1, 2\}, \{3, 4\}\}$.

   (f) $\{1, 2\} \subseteq \{1, 2, \{3, 4\}\}$.

3. Dimostrare che si ha $A \cup B = A \iff B \subseteq A$.

4. Quale delle seguenti affermazioni è FALSA?

   (a) $2 \in A \cup B$ implica che, se $2 \notin A$, alllora $2 \in B$.

   (b) $\{3, 4\} \subseteq A$ implica che $3 \in A$ e $4 \in A$.

   (c) $\{1\} \in A$ e $\{2\} \in A$ implica che $\{1, 2\} \subseteq A$.

   (d) $A \cap B \supseteq \{3, 4\}$ implica che $\{3, 4\} \subseteq A$ e $\{3, 4\} \subseteq B$

5. Dimostrare che si ha

$$(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C).$$

6. Siano $A = \{x \in \mathbb{Z} \quad | \quad 0 \leq x \leq 12\}$, $B = 4\mathbb{Z}$, $C = 6\mathbb{Z}$. Quanti elementi ha l'insieme delle parti dell'insieme

$$A \setminus (B \cap C)?$$

7. Dimostrare che si ha

$$\mathcal{C}(A \cup B) = \mathcal{C}A \cap \mathcal{C}B.$$