

Cognome e nome:

Numero di matricola:

- NON potete utilizzare libri / appunti / calcolatrice
 - scrivete SOLO le soluzioni, non il procedimento né i conti, e consegnate SOLO questo foglio
 - nelle domande a risposta multipla (“con le crocette”) la risposta giusta può essere una o più di una (potreste dover mettere più di una crocetta).
-

1. Per quali valori di $k \in \mathbb{R}$, se ne esistono, il sistema ammette infinite soluzioni che dipendono da due parametri?

$$\begin{cases} 2x + y + 3w = -2 \\ 4x - 2y + 2z - 4w = 6 \\ ky - z + 5w = -5 \end{cases} .$$

Trovare le soluzioni del sistema per $k = 3$.

2. Trovare una base e la dimensione del sottospazio $S = \{(x, y, z, w) \mid 3x - y - z - w = 0, x - 4w = 0\} \subseteq \mathbb{R}^4$; trovare una base e la dimensione dei sottospazi $T = \{(x, y, z, w) \mid x - y + 2z = 0\}$ e $S \cap T$ di \mathbb{R}^4 .

3. Per quali $k \in \mathbb{R}$ è invertibile la matrice A ? Fissato un valore di k (specificare esplicitamente quale), determinare A^{-1} .

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 4 & -2 & 2 \\ 0 & k & -1 \end{pmatrix} .$$

4. Quante e quali soluzioni fra di loro non congrue modulo 35 ha la congruenza lineare

$$28x \equiv 21 \pmod{35}?$$

5. Un'applicazione $f : A \rightarrow B$ si dice SURIETTIVA se:

per ogni $a \in A$ esiste $f(a) \in B$;

per ogni $b \in B$ esiste $a \in A$ tale che $f(a) = b$;

per ogni $a, b \in A$ se $a \neq b$ allora $f(a) \neq f(b)$;

per ogni $a, b \in A$ se $a = b$ allora $f(a) = f(b)$.

6. Sia A una matrice $n \times n$ tale che le sue righe siano vettori indipendenti di \mathbb{R}^n . Quali affermazioni sono sicuramente vere?

A è invertibile

Il sistema $AX = B$ possiede infinite soluzioni

$\text{rg}A = n - 1$

l'applicazione $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$, $f(v) = Av$, è suriettiva

A ammette 0 come autovalore

le colonne di A sono indipendenti

7. Determinare, al variare di $k \in \mathbb{R}$, una base e la dimensione per il nucleo e l'immagine dell'applicazione lineare $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$, $f((x, y, z)) = (2x + y, 4x - 2y + 2z, ky - z)$.

8. Sia A la matrice $\begin{pmatrix} 2 & -3 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 4 \end{pmatrix}$; determinare gli autovalori e gli autospazi di A e stabilire se A è diagonalizzabile.

9. Quanti sottoinsiemi di 9 elementi ha un insieme di 13 elementi?

10. Scrivere la tavola di verità della proposizione $((\neg p) \rightarrow (p \vee q)) \leftrightarrow (p \wedge (\neg q))$.