

Geometria e Combinatoria

divisibilità, massimo comun divisore

1. Dimostrare le seguenti proprietà della divisibilità fra numeri interi.
 - (a) $a|b \Rightarrow a|bc \quad \forall c.$
 - (b) $c|a \text{ e } c|b \Rightarrow c|as + tb \quad \forall s, t.$
 - (c) $\forall c \neq 0, a|b \iff ca|cb.$
 - (d) $(a, b) = 1 \text{ e } (a, c) = 1 \Rightarrow (a, bc) = 1.$
 - (e) $a|bc \text{ e } (a, c) = 1 \Rightarrow a|b.$
2. Usando l'algoritmo euclideo, calcolare il massimo comun divisore d fra gli interi a e b ; trovare poi due interi s e t tali che si abbia $d = as + bt$.
 - (a) $a=62, b=44.$
 - (b) $a=448, b=721.$
 - (c) $a=2406, b=654.$
3. Date due bottiglie, una da 5 e una da 3 litri, e una fonte d'acqua, trovare una procedura (riempiendo, vuotando, travasando) che consenta di misurare esattamente 4 litri d'acqua. Se le bottiglie sono invece da 3 e 6 litri, si può trovare una procedura che produce 4 litri?
4. Trovare, se è possibile, soluzioni intere per le seguenti equazioni:
 - (a) $11x + 4y = 1.$
 - (b) $11x + 4y = 7.$
 - (c) $4x + 14y = 6.$
 - (d) $4x + 14y = 9.$