

**Esercizi di Geometria**  
Inversa di una matrice

1. Dopo aver calcolato i determinanti delle seguenti matrici

(a)

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix};$$

(b)

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & 4 & -3 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix};$$

(c)

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 5 & -1 & -3 \\ 4 & -3 & 7 & -6 \\ 2 & -3 & 2 & -3 \\ 6 & 2 & 4 & -9 \end{pmatrix};$$

(d)

$$D = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix},$$

calcolare la matrice inversa di quelle matrici sopra riportate che risultano essere invertibili.

2. Calcolare il determinante di

(a)

$$A = \begin{pmatrix} k & -1 & 2 \\ k & -2 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix};$$

(b)

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & k \end{pmatrix}.$$

Per quali valori di  $k \in \mathbb{R}$  le matrici risultano invertibili? Calcolare le matrici inverse.

3. Per quali valori di  $k, h$  è invertibile la matrice

$$\begin{pmatrix} 0 & k & h \\ h & 0 & k \\ k & h & 0 \end{pmatrix}?$$

Calcolare la matrice inversa.

4. Determinare quali delle seguenti affermazioni sono vere, e quali false. (Fornire una dimostrazione se l'affermazione è vera, e un controesempio se falsa.) Siano  $A, B$  due matrici quadrate dello stesso ordine.

(a) Se  $A$  è invertibile, allora  $\det(A^{-1}) = \frac{1}{\det(A)}$ .

(b) Se  $\det(A) \neq 0$  e  $AB = AC$ , allora  $B = C$ .

(c) Se  $A^2$  è invertibile, allora anche  $A$  lo è.

(d) Se  $A$  è invertibile e  $AC = I$ , allora  $C = A^{-1}$ .

(e) Se  $A$  e  $B$  sono invertibili, allora anche  $AB$  lo è.

(f) Se  $A$  e  $B$  sono invertibili, allora anche  $A + B$  lo è.