

Prova di autovalutazione
Geometria per Ingegneria Elettronica
12 novembre 2013

1. Descrivere le soluzioni del sistema

$$\begin{cases} 3x - 2y + z + w = 5 \\ 2x + 2y - z - 2w = 0 \\ x + 6y - 3z - 5w = -5 \end{cases}$$

2. Mostrare che se A^2 è invertibile, allora anche A lo è.

3. Per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ il seguente sistema è compatibile?

$$\begin{cases} 2x + y = -3 \\ x - 2y = -5 \\ 3x + 4y = k \end{cases}$$

4. Al variare di $k \in \mathbb{R}$, studiare il rango della matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & k & -1 \\ 2 & 3 & k-1 & 1 \\ -k & -3 & 1 & -2 \end{pmatrix}.$$

5. Calcolare il determinante della matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & k & 1 \\ k & 4 & 0 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

6. Per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ la matrice dell'esercizio 5 è invertibile? Calcolare la matrice inversa.

7. Determinare il risultato della seguente espressione:

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 1 & 4 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}^2 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 9 & 3 \\ 5 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

8. Se $A \in M_3(\mathbb{R})$ è tale che $A^3 = 3I$, A è invertibile? Motivare la risposta.

9. Studiare, al variare di $k \in \mathbb{R}$, la risolubilità del sistema

$$\begin{cases} x - 2y + 3z = 2k \\ 3x - 4y + 2kz = -2 \\ -kx + 4kz = 0 \end{cases}.$$

10. Risolvere il sistema dell'esercizio precedente per $k = 0$.

11. Determinare la matrice inversa della matrice $\begin{pmatrix} \sin \theta & \cos \theta \\ -\cos \theta & \sin \theta \end{pmatrix}$.

12. Sia $A \in M_n(\mathbb{R})$. Mostrare che $A + A^T$ è una matrice simmetrica, e che $A - A^T$ è una matrice antisimmetrica. Mostrare che ogni matrice si può scrivere come somma di una matrice simmetrica e una antisimmetrica.