

Esercizi di geometria

Diagonalizzazione

1. Determinare gli autovalori, gli autovettori e gli autospazi della matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1/2 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1/2 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}.$$

A è diagonalizzabile?

2. Determinare gli autovalori, gli autovettori e gli autospazi della matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}.$$

A è diagonalizzabile?

3. La matrice

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ -3 & -3 & 0 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

è diagonalizzabile? Se sì, trovare 3 autovettori indipendenti per A .

4. Per quali $k \in \mathbb{R}$ il vettore $\mathbf{v} = (1, 4, 2)$ è un autovettore per la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & k \\ k & 0 & 1 \end{pmatrix}?$$

5. Trovare una matrice 3×3 che abbia come autovettori i vettori $\mathbf{v}_1 = (0, 1, -2)$, $\mathbf{v}_2 = (1, 1, -3)$, $\mathbf{v}_3 = (1, 0, 1)$ associati rispettivamente agli autovalori $\lambda_1 = 2$, $\lambda_2 = 0$, $\lambda_3 = -2$.
6. Se A è una matrice tale che $\det(A) = 2$, allora 0 può essere un autovalore per A ? Motivare la risposta.
7. Se λ è un autovalore di A mostrare che $k\lambda$ è un autovalore di kA per ogni $k \in \mathbb{R}$, e che λ^2 è un autovalore per A^2 .
8. Se A e B sono matrici simili, provare che A^k è simile a B^k per ogni $k \in \mathbb{N}$.