

II prova intermedia di Geometria (Ing. Elettronica) 21/1/2014

Cognome e nome:

Numero di matricola:

1. Trovare una base e la dimensione dei sottospazi $S = \{(x, y, z, w) \mid 2x - y - 3z = 0\}$, $T = \{(x, y, z, w) \mid 2x - y + w = 0, z - 4y = 0\}$ e $S \cap T$ di $\mathbb{R}^4$.

2. Scrivere la matrice A_f associata, rispetto alla base canonica, all'applicazione lineare $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ tale che $f((1, -2)) = (2, 3)$ e $f((0, 1)) = (-2, 4)$.

3. Fra le seguenti applicazioni lineari $f : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3$, quali sono suriettive?

$$f(x, y, z, w) = (x + y, y + z, z) \quad \square \quad f(x, y, z, w) = (x - y, 2x - 2y, y) \quad \square$$

$$f(x, y, z, w) = (x, x, w) \quad \square \quad f(x, y, z, w) = (x, y, w) \quad \square$$

4. Sia A una matrice $n \times n$, e sia $\det A = 6$. Quali affermazioni sono sicuramente vere?

A è invertibile $\square$ l'applicazione $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$, $f(v) = Av$, è iniettiva $\square$

$\operatorname{rg} A = n$ $\square$ l'applicazione $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$, $f(v) = Av$, non è suriettiva $\square$

A ammette 6 come autovalore $\square$ le colonne di A sono indipendenti $\square$

5. Determinare, al variare di $k \in \mathbb{R}$, una base e la dimensione per il nucleo e l'immagine dell'applicazione lineare $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$, $f((x, y, z)) = (2x + y + kz, 2x + 3y + kz, 5x - 2y + z)$.

6. Sia A la matrice $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 0 \\ 5 & -2 & 1 \end{pmatrix}$; determinare gli autovalori e gli autospazi di A e stabilire se A è diagonalizzabile.

7. Se l'insieme $\{\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w}\}$ di uno spazio vettoriale V è linearmente dipendente, l'insieme $\{\mathbf{u}, \mathbf{v}\}$ è ancora dipendente? Motivare la risposta.