

Cognome e nome:

Numero di matricola:

1. Calcolare

$$\text{rango} \left(\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \right)$$

Sol: Il rango è 2.

2. Per quali valori di $k \in \mathbb{N}$ risulta invertibile la matrice A ? Scelto (e specificato) uno di questi valori, determinare l'elemento di posto $(1, 3)$ della matrice A^{-1} .

$$A = \begin{pmatrix} k & 0 & 2 \\ -1 & 1 & -k \\ 0 & 2k & 1 \end{pmatrix}$$

Sol: La matrice è invertibile per $k \neq 0, \pm\sqrt{3/2}$. Scelto $k = 1$, l'elemento di posto $(1, 3)$ è 2.

3. Studiare la risolubilità del seguente sistema, al variare di $k \in \mathbb{R}$

$$\begin{cases} 2x + y + kz = 2k \\ -2y + 3z = 3 \\ -2kx - 3ky + 2z = k \end{cases}.$$

Sol: Per $k = 2$ il sistema è incompatibile. Per $k = 1$ è compatibile e ammette infinite soluzioni che dipendono da un parametro. Per ogni altro valore di k il sistema è compatibile e ammette una sola soluzione.

4. Determinare tutte le soluzioni del sistema dell'esercizio precedente per $k = 1$.

Sol: L'insieme delle soluzioni è $\{(\frac{7-5z}{4}, \frac{3z-3}{2}, z) \mid z \in \mathbb{R}\}$

5. Per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ si ha che il vettore $v = (k, 1, 0)$ appartiene al sottospazio $\langle (1, 2, 1), (3, 1, 1), (0, 5, 2) \rangle$?

Sol: Per $k = -2$.6. Sia A una matrice $n \times n$, e sia $\det A = 6$. Quali affermazioni sono sicuramente vere? A^2 è invertibile ☒le colonne di A sono vettori linearmente dipendenti ☐ $\text{rg} A = 6$ ☐Il sistema $AX = 0$ ha una sola soluzione ☒