

Esercizi di matematica discreta

Foglio 4

1. Disegnare il grafo che ha come insieme dei vertici i numeri $2, 3, \dots, 10$ in cui due vertici sono adiacenti se uno è un divisore dell'altro.
2. Disegnare il grafo che ha come insieme dei vertici i numeri $2, 3, \dots, 10$ in cui due vertici sono adiacenti se sono coprimi.
3. Un grafo si dice *regolare* se tutti i suoi vertici hanno lo stesso grado. Sia G un grafo regolare con n vertici di grado k ; dimostrare che se n è dispari, allora k è pari.
4. La stringa $1, 1, 2, 2, 2, 3, 3$ può essere la successione dei gradi dei vertici di un grafo? E di un albero?
5. Sia $\delta(G)$ il minimo fra i gradi dei vertici di G . Mostrare che se $\delta(G) \geq (n-1)/2$, allora G è connesso.
6. Sia A la matrice di adiacenza di un grafo G :

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Dire se G è regolare guardando solo la matrice di adiacenza A . Disegnare G . Trovare il numero cromatico di G .

7. Una *foresta* è un grafo senza circuiti (non necessariamente connesso). Provare che, se $F = (V, E)$ è una foresta con c componenti connesse, allora

$$|E| = |V| - c.$$

8. Trovare un minimo albero ricoprente per il seguente grafo.

