

Simulazione I Esonero

Esercizio 1. (11%)

Si sono ottenuti i seguenti risultati in 11 misurazioni della quantità X :

6 volte il valore 0

3 volte il valore 1

1 volta il valore -2

1 volta il valore -1

1. Calcolare la media campionaria
2. Calcolare la varianza campionaria
3. Calcolare la mediana

Esercizio 2. (23%)

Lancio 7 volte una moneta che ha uguale probabilità di dare il risultato testa (T) o croce (C)

1. Definire lo spazio degli esiti possibili e la sua cardinalità.
2. Determinare il numero degli esiti che al terzo lancio hanno T.
3. Determinare la probabilità che al terzo lancio si abbia T.
4. Determinare il numero degli esiti che hanno esattamente 2 volte T.
5. Determinare la probabilità di ottenere esattamente 2 volte T.

Esercizio 3. (23%)

Si hanno 3 urne. Due di esse contengono 3 palline, di cui 2 bianche e una nera mentre la terza urna contiene 6 palline, di cui 2 bianche e 4 nere. Si sceglie a caso una delle tre urne con uguale probabilità e si estrae a caso una pallina dall'urna scelta.

1. Determinare la probabilità di estrarre una pallina bianca.
2. Sapendo che la pallina estratta è bianca, valutare la probabilità di aver scelto l'urna contenente 6 palline.

Esercizio 4. (23%)

Si considerino due variabili aleatorie X e Y con distribuzione congiunta data dalle seguente densità di probabilità

$$f(x, y) = ax^2 \mathbf{1}_{\{x \geq 0, y \geq 0, x+y \leq 1\}}$$

1. Determinare il valore della costante a .
2. Calcolare le due densità marginali e i due valori medi EX e EY .
3. Determinare se le variabili X ed Y sono indipendenti.

Esercizio 5. (20%)

Si considerino n variabili aleatorie indipendenti ed identicamente distribuite, X_i , con media nulla e varianza $\sigma^2 = 10$. Quanto deve essere grande n per poter affermare che la media aritmetica

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n}$$

in modulo è minore di 1 con una probabilità maggiore di 0,8?