Esercitazioni GE210
A.A. 2018/2019
Esercitazione 10
10/12/2018

Gli esercizi segnati con un asterisco non sono stati svolti in classe.

1. Determinare una matrice A tale che il cambio di coordinate dal riferimento standard di $\mathbb{P}^2(\mathbb{R})$ al riferimento individuato da P_0, P_1, P_2 e M assuma la forma $\mathbf{y} = A\mathbf{x}$:

   (a) $P_0 = [1,1,-1]$, $P_1 = [2,1,0]$, $P_2 = [0,1,1]$, $M = [1,1,0]$.
   $$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -2 \\ 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

   (b) $P_0 = [1,2,0]$, $P_1 = [0,1,-1]$, $P_2 = [2,1,1]$, $M = [0,4,-2]$.
   $$A = \begin{pmatrix} -2 & 2 & 2 \\ 4 & -2 & -6 \\ -4 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

2. Stabilire per quali $k \in \mathbb{R}$ i punti $P_0 = [k,0,2]$, $P_1 = [1,2k,1]$, $P_2 = [k,1,k]$ e $M = [3k-3, 1-6k, 1+k]$ individuano un riferimento proiettivo di $\mathbb{P}^2(\mathbb{R})$ e, per questi k, determinare una matrice del cambio di coordinate dal riferimento standard a tale riferimento.
   $$(k \neq 2, \pm\tfrac{\sqrt{2}}{2};\ A_k = \begin{pmatrix} -6k^2+3 & 0 & 6k^2-3 \\ 4 & 2k^2-4k & -2k \\ 24k & 6k-12 & -12k^2 \end{pmatrix})$$

3. Determinare la proiettività f di $\mathbb{P}^1(\mathbb{R})$ che soddisfa le seguenti condizioni: $f([1,2]) = [1,-2]$, $f([1,0]) = [1,1]$ e $f([-1,2]) = [2,1]$.
   $(f([x_0,x_1]) = [10x_0 - 7x_1, 10x_0 - x_1])$

4. * Determinare la proiettività f di $\mathbb{P}^2(\mathbb{R})$ che soddisfa le seguenti condizioni: $f([1,0,1]) = [0,1,-1]$, $f([1,-1,0]) = [1,0,-2]$, $f([0,3,1]) = [5,3,1]$ e $f([1,2,2]) = [3,0,1]$.
   $(f([x_0,x_1,x_2]) = [x_0 + 2x_1 - x_2, 2x_0 + 2x_1 - 3x_2, 3x_0 + x_1 - 2x_2])$

5. Determinare i punti fissi di ciascuna delle seguenti proiettività di $\mathbb{P}^2(\mathbb{R})$

   (a) $f([x_0,x_1,x_2]) = [-\frac{1}{4}x_0 - \frac{9}{4}x_1 + \frac{3}{4}x_2, 2x_1, \frac{3}{4}x_0 + \frac{3}{4}x_1 - \frac{1}{4}x_2]$
   $([1,-1,0]$, $[1,0,-1]$ e $[1,0,1])$

   (b) * $f([x_0,x_1,x_2]) = [4x_0, 2x_1 + x_2, 2x_1 + 3x_2]$
   $([0,1,-1]$ e la retta $2X_1 - X_2 = 0)$

   (c) * $f([x_0,x_1,x_2]) = [4x_0 - 2x_1, 2x_0, 3x_2]$
   $([1,1,0]$ e $[0,0,1])$

   (d) * $f([x_0,x_1,x_2]) = [2x_0 + x_2, 2x_1, -x_0]$
   (La retta $X_0 + X_2 = 0$)