

Esercitazioni GE210

A.A. 2018/2019

Esercitazione 3

15/10/2018

1. Sia $V = \mathbb{R}[X]^{\leq 2}$ lo spazio vettoriale dei polinomi reali di grado minore o uguale a 2.

(a) Verificare che l'applicazione $b(f(X), g(X)) = \int_0^1 f(X)g(X)dX$ è un prodotto scalare su V .

(b) Scrivere la matrice associata alla base $\{1, X, X^2\}$.

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} \end{pmatrix}$$

(c) Determinare una base ortonormale di V .

$$\left\{1, 2\sqrt{3}\left(X - \frac{1}{2}\right), 6\sqrt{5}\left(X^2 - X + \frac{1}{6}\right)\right\}$$

(d) Ortogonalizzare l'insieme $\{X, X - X^2\}$ e completarlo a una base ortogonale.

$$\left\{X, \frac{3}{4}X - X^2, -\frac{1\sqrt{15}}{20} + \frac{\sqrt{15}}{5}X - \frac{\sqrt{15}}{6}X^2\right\}$$

(e) Calcolare il prodotto vettoriale di due polinomi qualunque.

2. Calcolare la distanza del punto P di coordinate $(1, -4)$ dalla retta r di equazione $3X - 2Y + 2 = 0$ in \mathbb{E}^2 .

$$(\sqrt{13})$$

3. Determinare un'equazione cartesiana della retta s di \mathbb{E}^2 passante per il punto $P = (1, -1)$ e ortogonale alla retta r di equazione $4X + 3Y + 1 = 0$.

$$(3X - 4Y - 7 = 0)$$

4. Determinare un'equazione cartesiana di ogni retta s di \mathbb{E}^2 passante per il punto $P = (2, -1)$ e distante 3 dal punto $Q = (1, 2)$.

$$(3X - 4Y - 10 = 0; Y + 1 = 0)$$

5. Determinare un'equazione cartesiana di ogni retta s di \mathbb{E}^2 passante per il punto $P = (1, 5)$ e formante un angolo convesso di $\pi/3$ con la retta r di equazione $Y = 0$.

$$(\sqrt{3}X - Y - \sqrt{3} + 5 = 0; -\sqrt{3}X - Y + \sqrt{3} + 5 = 0)$$

6. Determinare un'equazione cartesiana di ogni retta s di \mathbb{E}^2 distante 5 dalla retta r di equazione $X + Y + 2 = 0$.

$$(X + Y + 2 + \sqrt{5} = 0; X + Y + 2 - \sqrt{5} = 0)$$