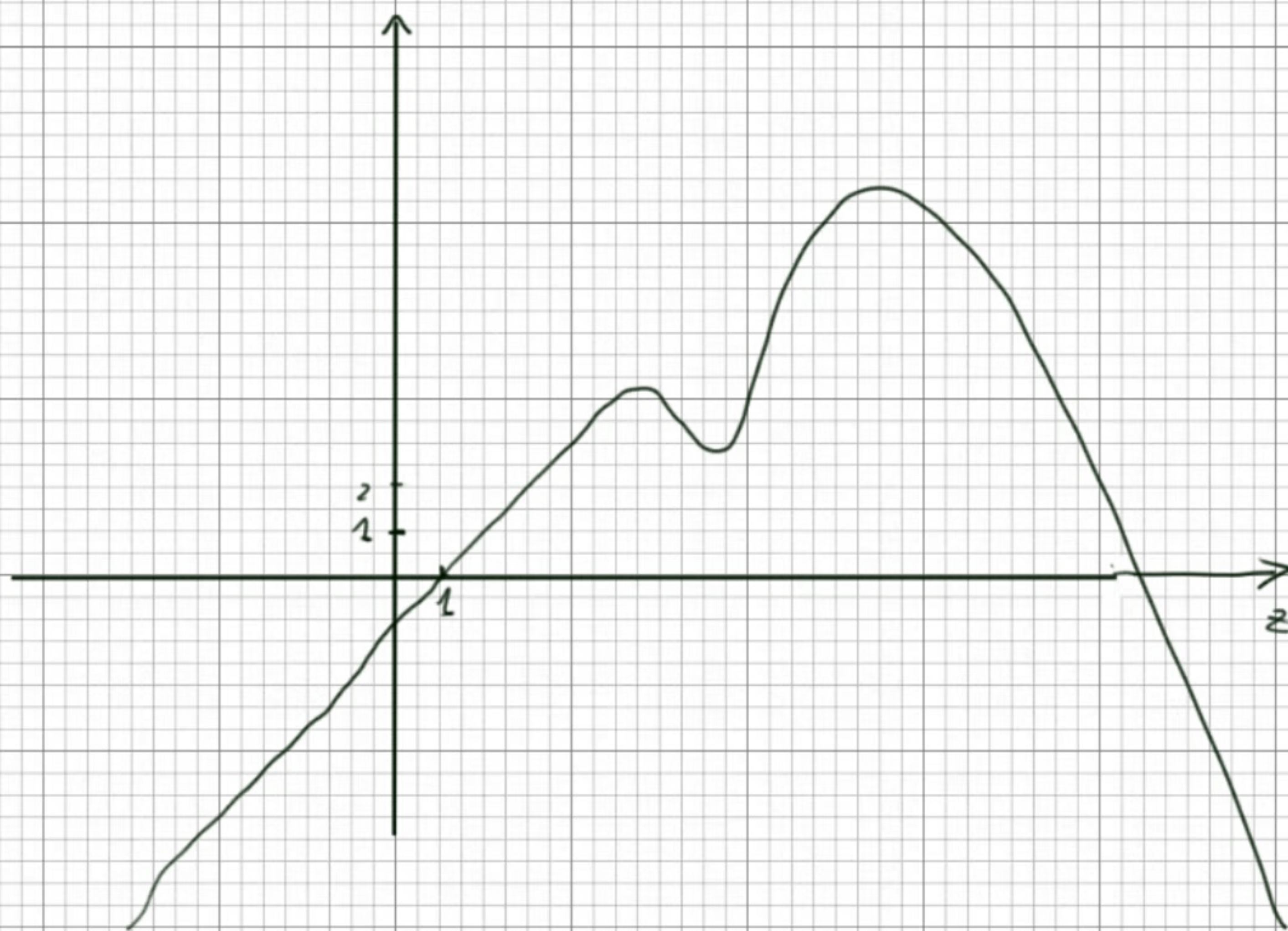


# ESERCITAZIONE DEL 20-10



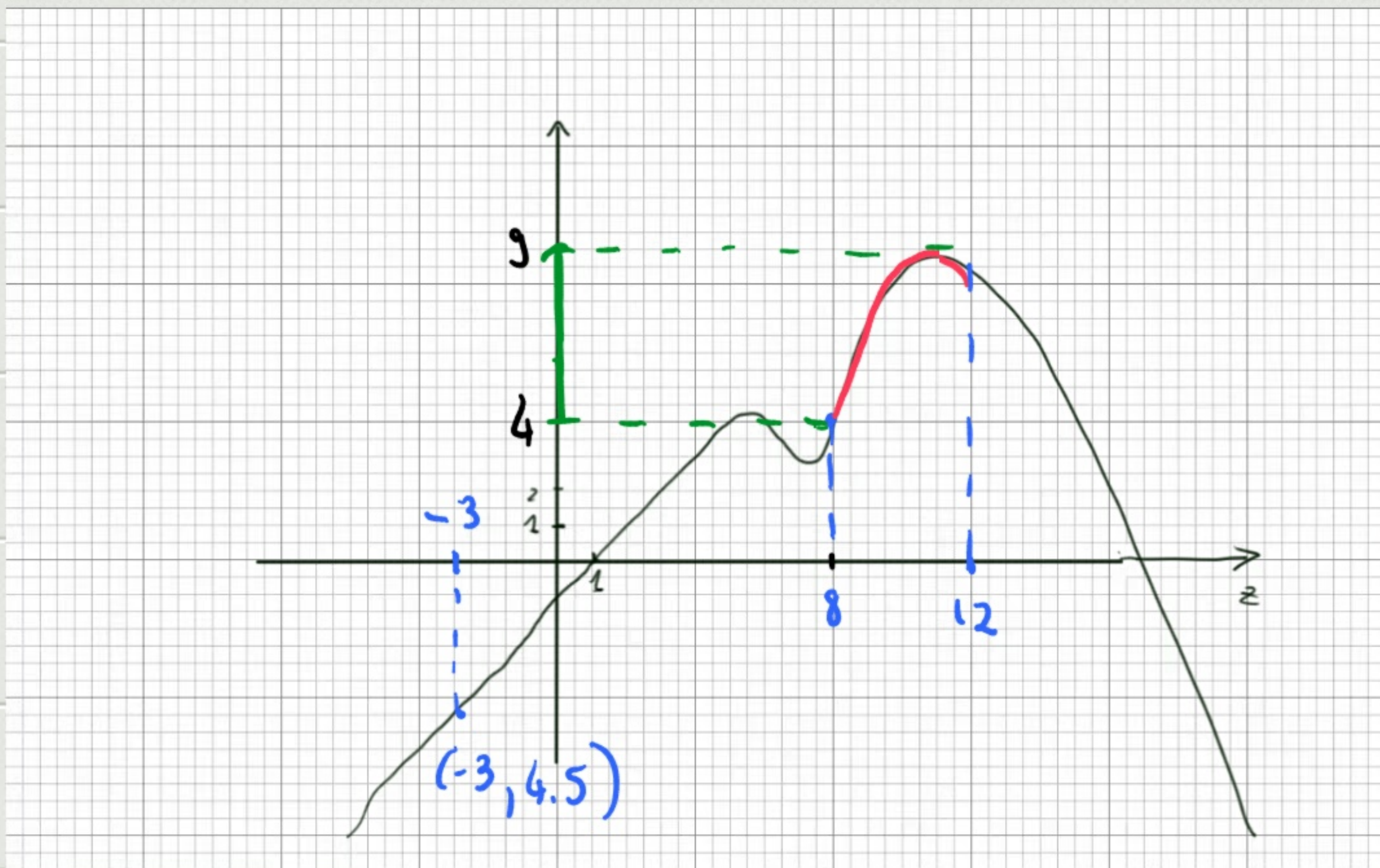
1. DETERMINARE l'immagine di  
 $\{1\}$ ,  $\{-3\}$ ,  $(8, 12)$

2. Determinare la PRE-immagine di  
 $\{2\}$ ,  $\{-4\}$ ,  $(1, 8]$ ,  $(12, \infty)$

3. Determinare le  $z$  tali che  
 $f(z) < 2$ .

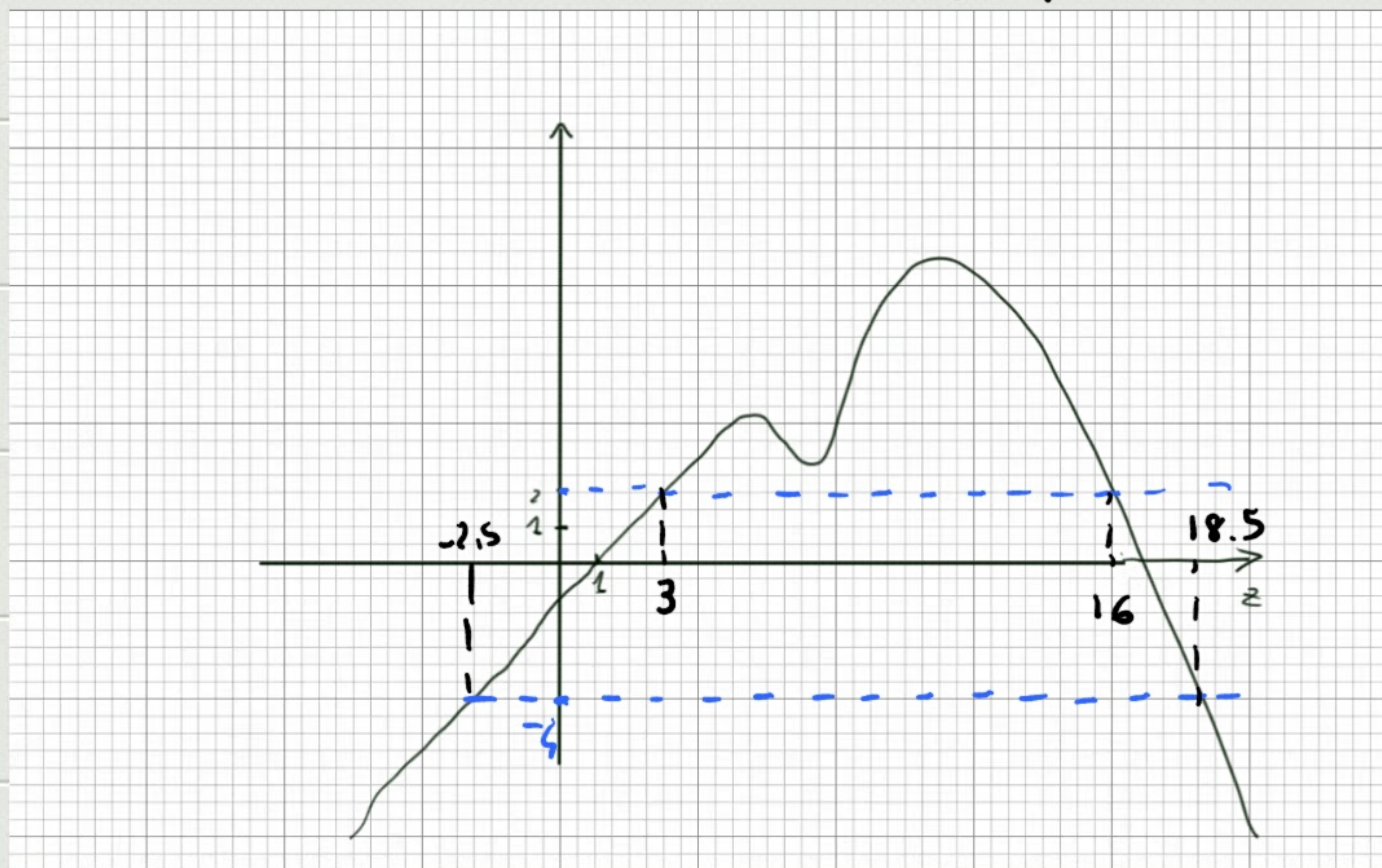
4. Det.  $x$  tali che  $2 < f(3x^2 - 1) < 8$

① L'immagine di  $\{1\}$  è  $\{0\}$  infatti il grafico passa per il punto  $(1, 0)$  [ $f(1) = 0$ ]



l'immagine di  $\{-3\}$  è  $\{4.5\}$ .

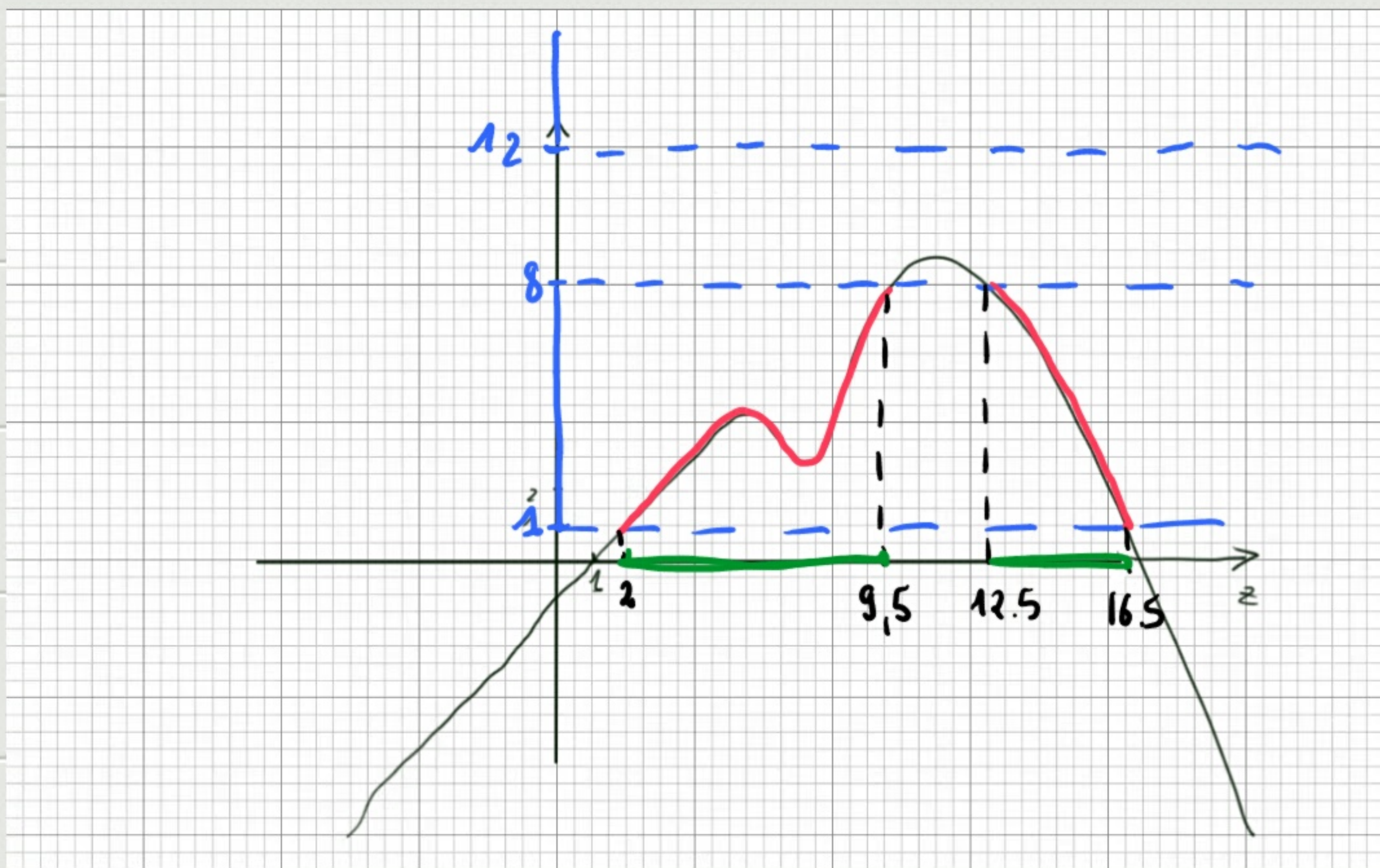
l'immagine di  $(8, 12)$  è  $(4, 9)$  [noi la proiezione sulle ordinate del punto di grafico in rosso.]



le preimmagini di  $\{2\}$  è  $\{3\} \cup \{18.5\}$

$$f^{(-1)}(\{-4\}) = \{-2.5\} \cup \{18.5\}$$

$$f^{(-1)}((1, 8)) = (2, 9.5] \cup [12.5, 16.5)$$

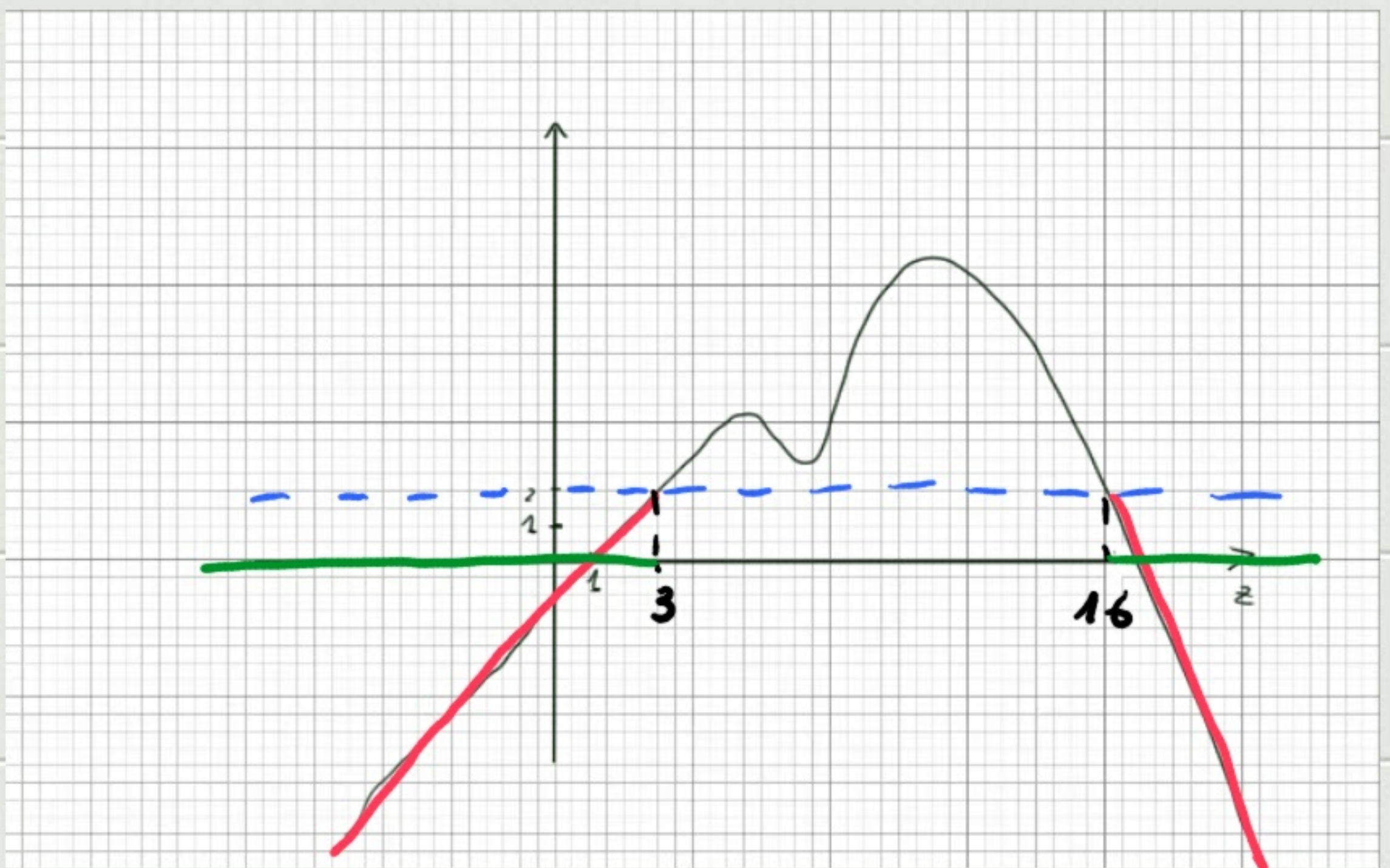


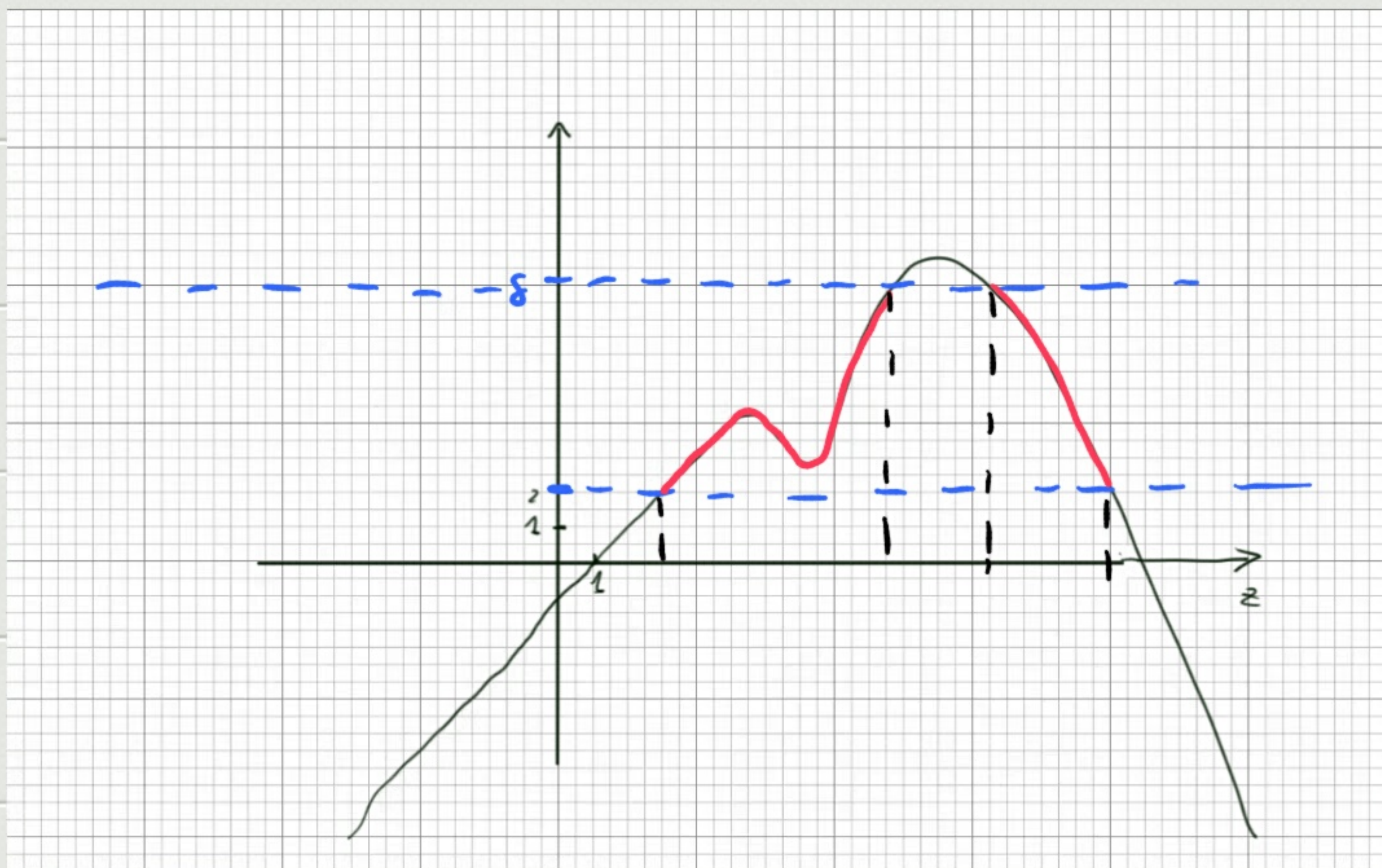
è l'intervallo degli  $x$  t.c.  $1 < f(x) \leq 8$  quindi delle ascisse del pezzo del grafico in rosso

$f^{(-1)}((12, \infty)) = \emptyset$  infatti il grafico è tutto sotto alla retta orizzontale di ordinata = 12

$$f(z) < 2$$

$$z < 3 \cup z > 16$$

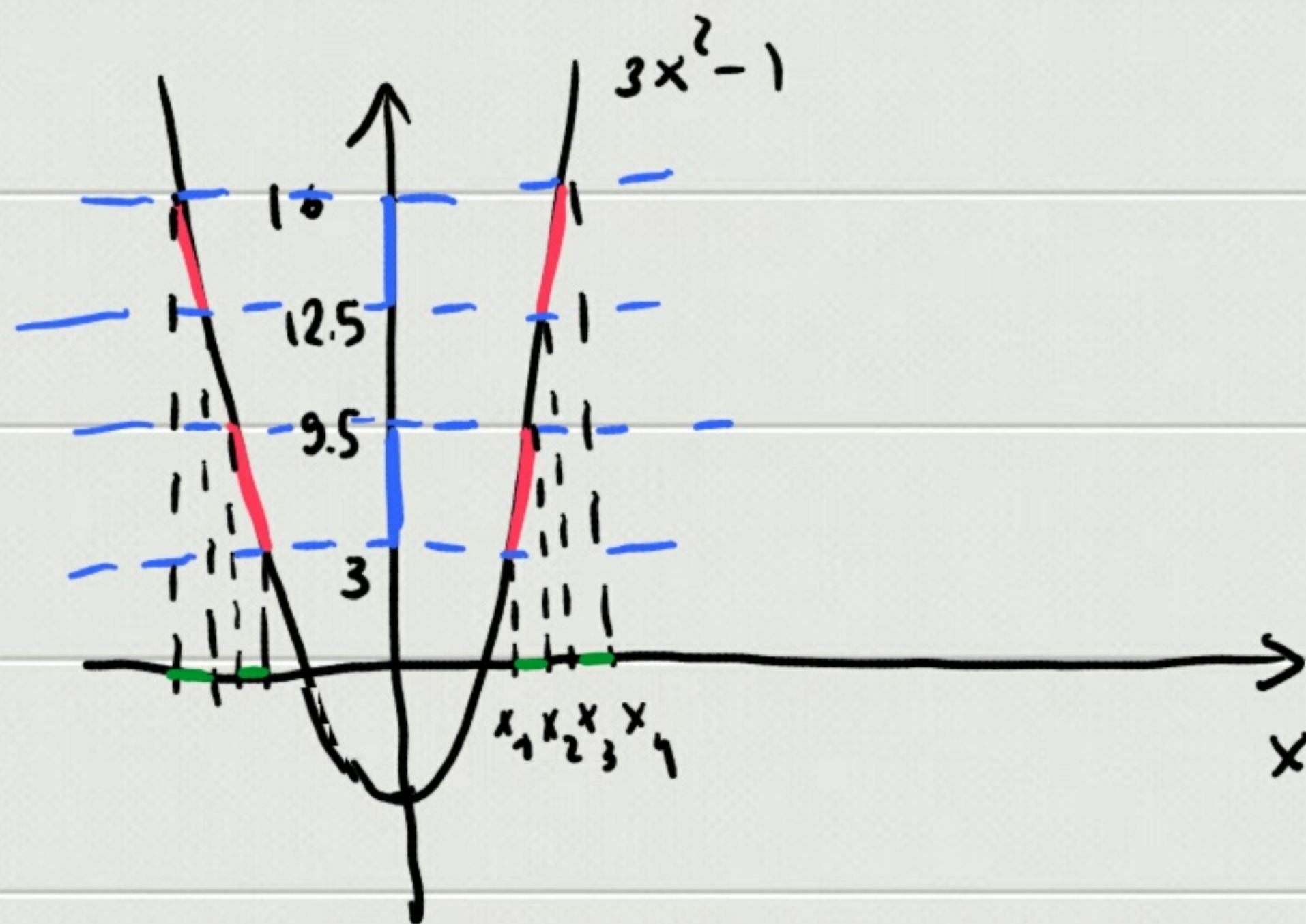




Studio il problema  $2 < f(z) < 8$ . Dal grafico vedo che è equivalente a  $3 < z < 9.5 \cup 12.5 < z < 16$ .

Quindi  $2 < f(3x^2 - 1) < 8$  è equivalente a  $3 < 3x^2 - 1 < 9.5 \cup 12.5 < 3x^2 - 1 < 16$

Posso risolvere questo sistema analiticamente o aiutarmi col GRAFICO di  $3x^2 - 1$



Di seguito il grafico di  $3x^2 - 1$  traccio gli intervalli sulle ordinate e tra:

Devo trovare i valori delle ascisse corrispondenti ai punti in rosso del grafico cioè gli intervalli in verde. Dal disegno si vede che

$$3x_1^2 - 1 = 3 ; 3x_2^2 - 1 = 9.5 ; 3x_3^2 - 1 = 12.5 ; 3x_4^2 - 1 = 16$$

$$x_1 = \sqrt{\frac{4}{3}} ; x_2 = \sqrt{\frac{10.5}{3}} ; x_3 = \sqrt{\frac{13.5}{3}} ; x_4 = \sqrt{\frac{17}{3}}$$

$$\left(-\sqrt{\frac{17}{3}}, \sqrt{\frac{13.5}{3}}\right) \cup \left(-\sqrt{\frac{10.5}{3}}, -\sqrt{\frac{4}{3}}\right) \cup \left(\sqrt{\frac{4}{3}}, \sqrt{\frac{10.5}{3}}\right) \cup \left(\sqrt{\frac{13.5}{3}}, \sqrt{\frac{17}{3}}\right)$$

In conclusione gli  $x$  tali che  $2 < f(3x^2+1) < 8$  sono dati dall'unione dei quattro intervalli scritti sopra.