

AM210 - Analisi Matematica 3

DOCENTE: MICHELA PROCESI

TUTORI: DAVIDE CIACCIA, ELIA ONOFRI

Tutorato 5

29 novembre 2018

Esercizio 1. Stabilire sotto quali condizioni su $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ la trasformazione $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ data da $f(x, y) = (ax + by, cx + dy)$ di \mathbb{R}^2 è invertibile, e trovare l'inversa.

Esercizio 2. Stabilire in quali punti la funzione $f(x, y, z) = (u, v, z)$ da \mathbb{R}^3 in sé definita da

$$\begin{cases} u = xz \\ v = 2xy \\ z = 3yz \end{cases}$$

ammette una inversa locale.

Esercizio 3. Sia $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ la trasformazione definita da

$$f(x, y) = (e^x \cos y, e^x \sin y)$$

Dimostrare che f ammette una inversa locale in ogni punto del dominio. È vero che f ammette una inversa globale?

Esercizio 4. Trovare l'estremo superiore e l'estremo inferiore delle seguenti funzioni nei domini indicati:

(a) $f(x, y) = xy$
in $D = \{x^2 + y^2 = 1\}$

(c) $f(x, y) = x^2 + y^2$
in $D = \{x^4 + y^4 + 3xy = 2\}$

(b) $f(x, y) = (x - 2y)^2$
in $D = \{\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1\}$

(d) $f(x, y, z) = z$
in $D = \{x^4 + y^4 + z^4 + 2x^2y^2 + 2x^2z^2 + 2y^2z^2 - 20x^2 + 16y^2 - 20z^2 + 64 = 0\}$

Esercizio 5. Trovare i punti critici delle seguenti funzioni all'interno dei domini indicati, e calcolarne poi il massimo ed il minimo assoluti su tutto il dominio assegnato.

(a) $f(x, y) = x^2 + xy + y^2$
in $D = [-2, 2] \times [-2, 2]$

(d) $f(x, y) = x^2y + xy^2 - xy$ nel triangolo
 D di vertici $(0, 0)$, $(0, 1)$ e $(1, 0)$

(b) $f(x, y) = \sin(x + y) \cos(x - y)$
in $D = [0, \pi] \times [0, \pi]$

(e) $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 1$
in $D = \{x^2 + y^2 + 2z^2 \leq 2\}$

(c) $f(x, y, z) = \frac{y^2 - z^2}{1 + x^2}$
in $D = \{x^2 + y^2 + z^2 \leq 4\}$

(f) $f(x, y, z) = x^2 + \cos y$
in $D = \{x^2 + y^2 + e^{z^2} \leq 10\}$