

Primo Esonero di AM210 -Analisi II

10-11-2020

Ogni risposta va accuratamente motivata. Si possono usare: libri, appunti, e dispense, NON si possono usare congegni elettronici, etc.

1. Risolvere UNO SOLO fra gli esercizi 1.a ed 1.b.

1.a Trovare tutti i punti in cui è continua/differenziabile la funzione

$$f(x, y) := \begin{cases} \frac{\cos(x^2 - y^2) - 1}{(x^2 + y^2)^{3/2}} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

1.b Trovare tutti i punti in cui è continua/differenziabile la funzione

$$f(x, y) := \begin{cases} \frac{x^2 y^2}{(x^4 + y^2)} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

2. Si studi la continuità della funzione

$$f(x, y) := \begin{cases} \frac{x^8 y}{(x^2 + y^3)} & \text{se } x^2 \neq y^3 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

nel punto $(0, 0)$.

Extra: Si calcoli la derivata di f lungo la curva $\phi : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}^2$, $\phi(t) = (t, t^2)$ all'istante $t = 0$ (cioè si calcoli $\frac{d}{dt} f(\phi(t))|_{t=0}$).

3. Si studino e si classifichino i punti critici della funzione

$$f(x, y) = x(y^3 - y^2)$$

Extra: fare un grafico qualitativo della funzione vicino al punto critico non-degenere.