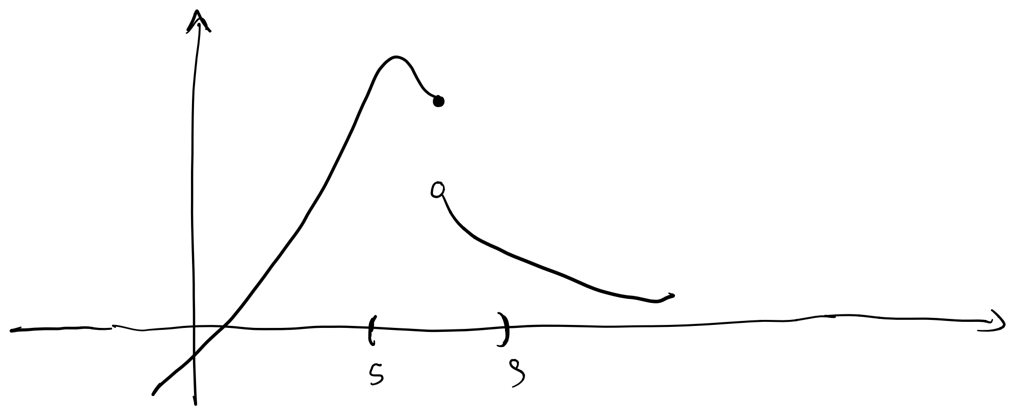
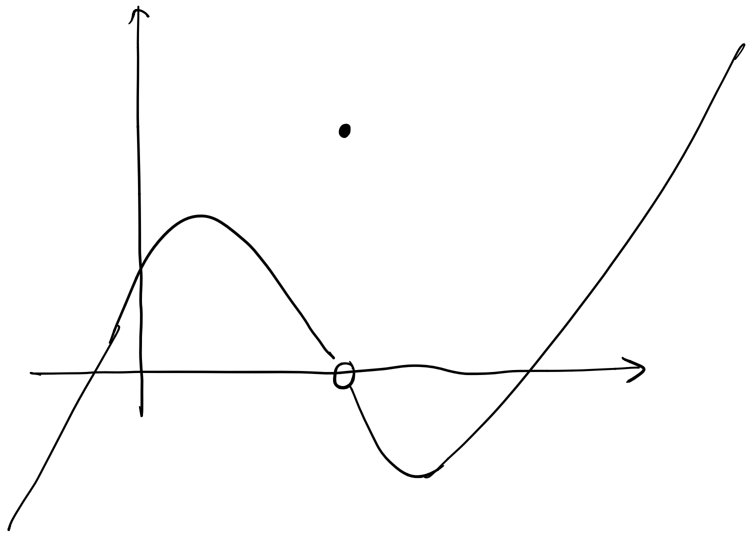
Un pó di ulteriori esercizi calcolando l'immagine di intervalli



calcolare $f((5,9))$

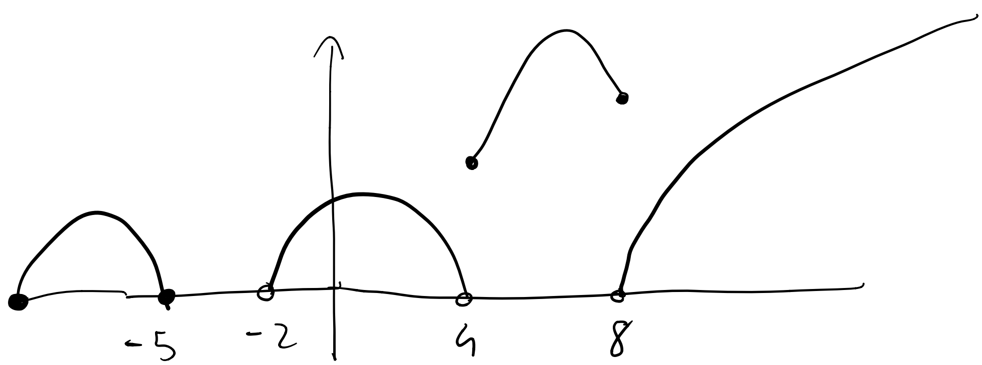
Come si legge un grafico con dei salti

Disegnare $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \in \mathbb{Z} \\ 1 & \text{se } x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$



calcolare $f(6)$

Descrivere domini di definizione



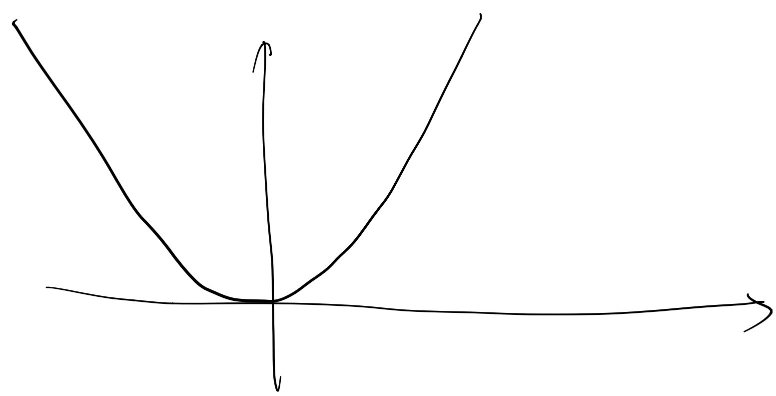
- Funzioni iniettive

f è iniettiva se $f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$

(equiv.) se $x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$

f è iniettiva in un intervallo I

se $\forall x_1 \neq x_2 \in I$ si ha $f(x_1) \neq f(x_2)$



NON è iniettiva su $\mathbb{R}$

ma lo è su $\mathbb{R}_+$!

Preimmagine di un punto $y \in Y$

se $f: X \longrightarrow Y$

la preimmagine di y $= f^{-1}(y)$

è PER DEFINIZIONE

$$\{ x \in X \text{ tale che } f(x) = y \} =: f^{-1}(y)$$

per esempio $x \xrightarrow{f} x^2$

$f^{-1}(1) = \{\pm 1\}$ $\quad$ $f^{-1}(0) = \{0\}$

dato $B \subset Y$ $\quad$ $f^{-1}(B) := \bigcup_{y \in B} f^{-1}(y)$

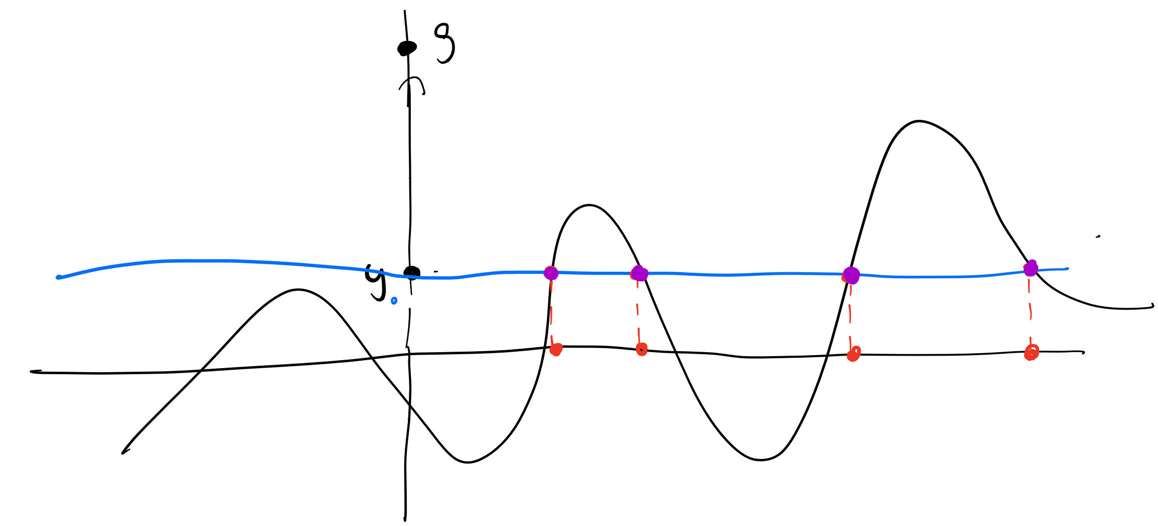
NOTA BENE $\quad$ $B \subseteq Y$

$f^{-1}(B) \subseteq X$

quindi la preimmagine ha come INPUT un sottoinsieme del CODOMINIO e come OUTPUT un sottoinsieme del DOMINIO

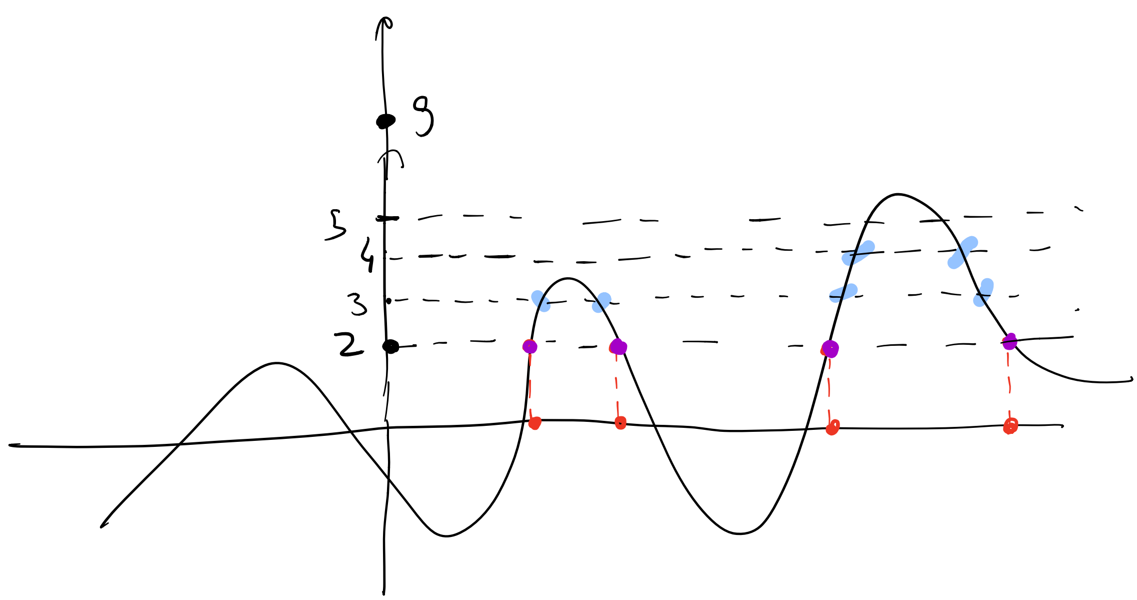
Calcoliamo un po' di preimmagini del grafico.

$\uparrow$



I punti in rosso sono $f^{-1}(y_0)$!

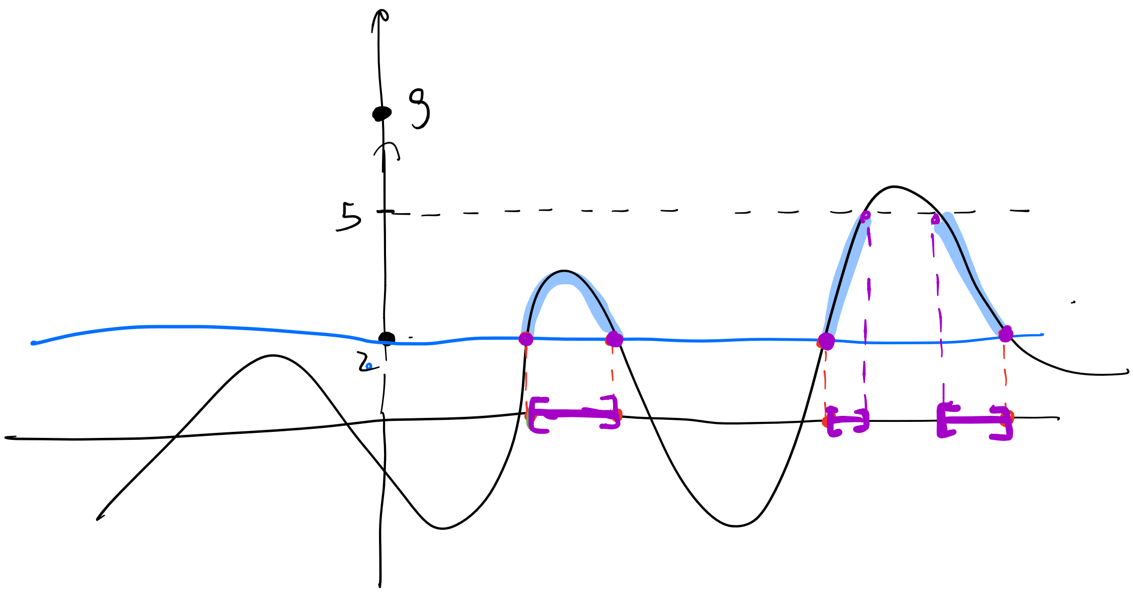
$f^{-1}(g) = \emptyset$ (NON ho nessuna intersezione fra la retta $y = g$ e il grafico)



Per trovare $f^{-1}([2,5])$ devo

trovare le preimmagine $f^{-1}(y)$

per tutti gli $y \in [2,5]$



in blu le parti del grafico

in cui le $y \in [2,5]$

tutte le ascisse corrispondenti sono

$f^{-1}([2,5])$ = intervalli in viola.

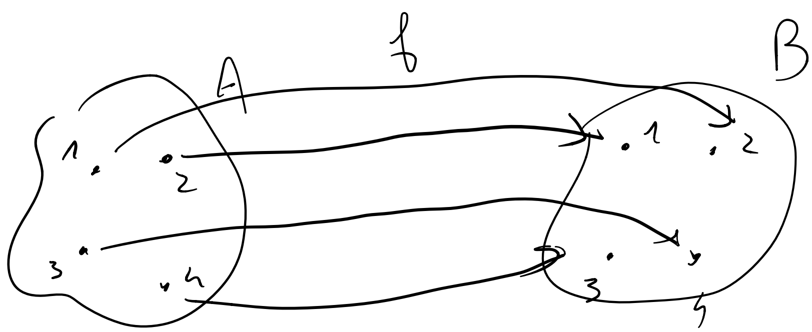
La funzione inversa

DICIAMO CHE f è SURIETTIVA

se $f: A \to B$ e $f(A) = B$

(il CODOMINIO coincide con l'immagine)

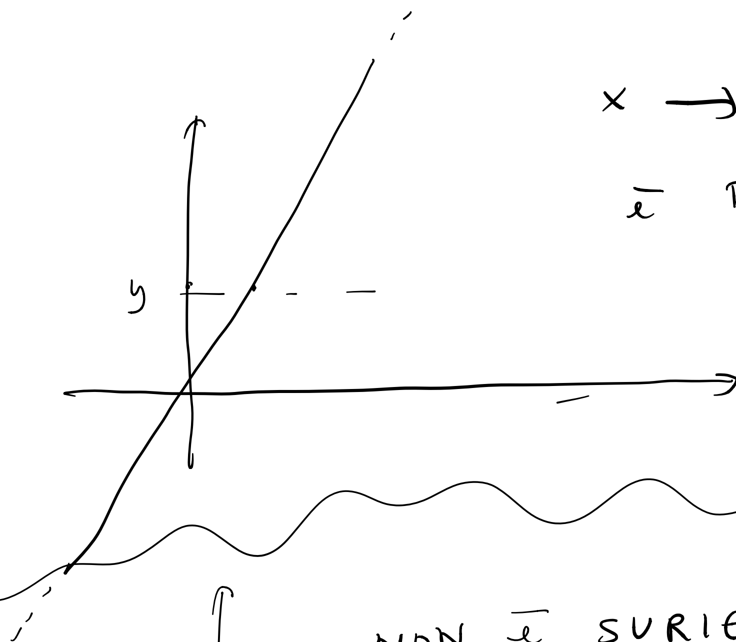
se $f: A \to B$ è iniettiva e suriettiva diciamo BIUNIVOCA



(se A e B sono insiemi finiti allora hanno lo stesso numero di elementi)

f è BIUNIVOCA se e solo se

LA PREIMMAGINE DI OGNI ELEMENTO è UN singolo ELEMENTO



$x \longrightarrow 2x$

è BIUNIVOCA

NON è SURIETTIVA