

## Appello A - AM120

1.[14 punti] Determinare il limite

$$\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin\left(\frac{x}{2}\right) - 1}{\cos(x) + 1},$$

senza utilizzare la regola di De l'Hopital.

2.[18 punti] Data la funzione  $f(x) = x \cos(x) - \sin(x)$ , determinare il numero di soluzioni dell'equazione  $f(x) = 0$  nell'intervallo  $[0, 2\pi]$ . Disegnare un grafico qualitativo di  $f(x)$  per  $x \in [0, 2\pi]$ .

3.[16 punti] Sia  $f(x) : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  una funzione  $C^1$  e tale che

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = -\infty.$$

Dimostrare che  $f(x)$  ha almeno un punto critico.

4.[20 punti] Dire per quali  $p$  é ben definito

$$\int_0^{\infty} \frac{e^{-x} - 1 + x}{x^p} dx$$

5.[24 punti] Data

$$f(x) = \frac{x + 1}{x(x^2 + 1)},$$

1. Dire se  $f(x)$  é o meno integrabile in  $(1, \infty)$ .
2. Calcolare la primitiva di  $f(x)$ .
3. Calcolare

$$\int_1^{\infty} f(x) dx$$

6.[8 punti] Determinare la derivata seconda di

$$f(x) = e^{3x^2+x}$$