

# Appello A

## AM210/Analisi Matematica II

Ogni risposta va accuratamente motivata. Non si possono usare: libri, appunti, congegni elettronici, etc.

1. Data la funzione

$$f(x, y) := \begin{cases} \frac{x - \sin(x)}{x^2 + y^4} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

Discutere continuità, esistenza delle derivate parziali e differenziabilità in  $(0, 0)$ .

2. Determinare massimo e minimo della funzione

$$f(x, y) := \sqrt{x^2 + y^2} + y - 1$$

sul vincolo  $x^2 + y^2 = 9$ .

3. Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} \ddot{x} + x = \cos(t) \\ x(0) = 0, \quad \dot{x}(0) = 1 \end{cases}$$

4. Considerata la funzione

$$f(x, y) = x \ln(y) - y \ln(x)$$

si verifichi che  $f(x, y) = 0$  è esplicitabile in funzione di  $x$  intorno ad ogni punto  $(x_0, x_0)$  con  $x_0 > 0$  e  $x_0 \neq e$ . Detta  $g(x)$  la funzione esplicitante, determinare  $g'(x_0)$ . Determinare la forma analitica di  $g(x)$ .