

Appello A

Analisi Matematica II

Ogni risposta va accuratamente motivata. Non si possono usare: libri, appunti, congegni elettronici, etc.

1. Determinare massimo e minimo della funzione

$$f(x, y) := x^4 + y^4 - 2(x - y)^2 + 2$$

sul vincolo $x^4 + y^4 = 1$.

2. Determinare tutte le soluzioni dell'equazione

$$\dot{x} + x \cos(t) = \cos(t)$$

e il loro intervallo massimale di esistenza. Trovare in particolare le soluzioni tali che $x(0) = x(\pi)$.

3. Si determini il baricentro del dominio

$$D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z \geq 0, \sqrt{x^2 + y^2} \leq 1 - z\}.$$

4. Si consideri la successione di funzioni

$$f_n(x) = \sqrt{x^2 - 6x + 9 + \arctg(1/n)}, \quad x \in \mathbb{R}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

- Si determini il limite puntuale della successione $\{f_n\}$.
- Si stabilisca se la successione $\{f_n\}$ converge uniformemente in \mathbb{R} .
- Si stabilisca se la successione delle derivate prime $\{f'_n\}$ converge uniformemente in \mathbb{R} .