

## Appello B - AM120

1.[16 punti] Determinare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\arctan(x)^2 - \pi^2/16}{x^2 - 1},$$

senza utilizzare la regola di De l'Hopital.

2.[17 punti] Dimostrare che

$$x - \frac{x^2}{2} < \ln(1+x) < x, \quad \forall x > 0.$$

3.[16 punti] Sia  $f(x) : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  una funzione  $C^2$  con due punti critici  $x_1 < x_2$  tali che

$$f''(x_1) > 0, \quad f''(x_2) > 0$$

Dimostrare che  $f(x)$  ha almeno un punto critico in  $(x_1, x_2)$ . Dimostrare che  $f(x)$  ha almeno due flessi in  $(x_1, x_2)$ .

4.[18 punti] Calcolare la primitiva

$$\int (\sin(3x))^3 dx$$

5.[25 punti] Data

$$f(x) = \frac{1}{(x+3)^p(x^2+4x+5)},$$

Dire per quali  $p$   $f(x)$  é integrabile in  $(0, \infty)$ .

Fissato ora  $p = 1$

1. Calcolare la primitiva di  $f(x)$ .

2. Calcolare

$$\int_1^{\infty} f(x) dx$$

6.[8 punti] Determinare la derivata seconda di

$$f(x) = \ln(2x^3 + 3x)$$