

# Appello B

## AM210/Analisi Matematica II

Ogni risposta va accuratamente motivata. Non si possono usare: libri, appunti, congegni elettronici, etc.

1. Data la funzione

$$f(x, y) := \begin{cases} \frac{1 - \cos(xy)}{x^2 + y^4} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

Discutere continuità, esistenza delle derivate parziali e differenziabilità in  $(0, 0)$ .

2. Sia

$$\mathcal{C} := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 - 9y^2 - 4z^2 + 2x = 3\}$$

Dire se  $\mathcal{C}$  è : 1. Chiuso, 2. Limitato.

Determinare il punto a distanza minima dall'origine.

3. Determinare l'esponenziale delle matrici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix},$$

(cercare di dare una regola generale, per la determinazione di tale esponenziale che valga per matrici  $n \times n$ )

4. Dato il problema di Cauchy

$$\begin{cases} \dot{x} = -(x + x^2)t \\ x(0) = 1 \end{cases}$$

Determinare la soluzione e dire se essa è o meno definita per ogni  $t$ .