# Appello C - AM220

10 settembre 2019

Ogni risposta va accuratamente motivata. Non si possono usare: libri, appunti, congegni elettronici, etc.

**1.** Sia $\gamma : [0, \pi/2] \to \mathbb{R}$ la curva piana

$$\gamma(t) = \begin{pmatrix} 1 + \cos t \\ 2 - \operatorname{sen} t \end{pmatrix}.$$

Disegnare $\gamma$.
Si calcoli l'integrale lungo la curva $\gamma$ delle seguenti forme differenziali:

$$\omega(x, y) = 3x^2 \log y dx + (\frac{x^3}{y} - 1)dy\,,$$

$$\alpha(x, y) = (x + 3x^2 \log y)dx + (x + \frac{x^3}{y} - 1)dy.$$

**2.** Sia

$$S := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \,:\, 4 \le x^2 + y^2 \le 9\,, \quad y \ge 0\,, \quad z = 1 + x^2 + y^2\}\,.$$

Disegnare $S$, calcolare l'integrale

$$\int_S f d\sigma\,, \quad f(x, y, z) := \frac{x^2}{\sqrt{2z - 1}}$$

della funzione $f$ lungo la superficie $S$.

**3.** Si consideri la successione di funzioni $f_n : [0, +\infty) \to \mathbb{R}$ definita da

$$f_n(x) = \log\left(\frac{(x + n)^n}{n^n}\right), \qquad n = 1, 2, 3, \ldots$$

**(a)** Si studi la convergenza puntuale della successione $f_n$ in $[0, +\infty)$.

**(b)** Si stabilisca se la convergenza della successione $f_n$ sia uniforme in $[0, +\infty)$.

**(c)** Si stabilisca se la convergenza della successione $f_n$ sia uniforme in $[0, 5]$.

**4.** Trovare i coefficienti di Fourier della funzione $2\pi$-periodica che vale

$$f(x) = \pi^3 - x^3$$

nell'intervallo $(-\pi, \pi]$. Discutere la eventuale convergenza uniforme della serie di Fourier della derivata.