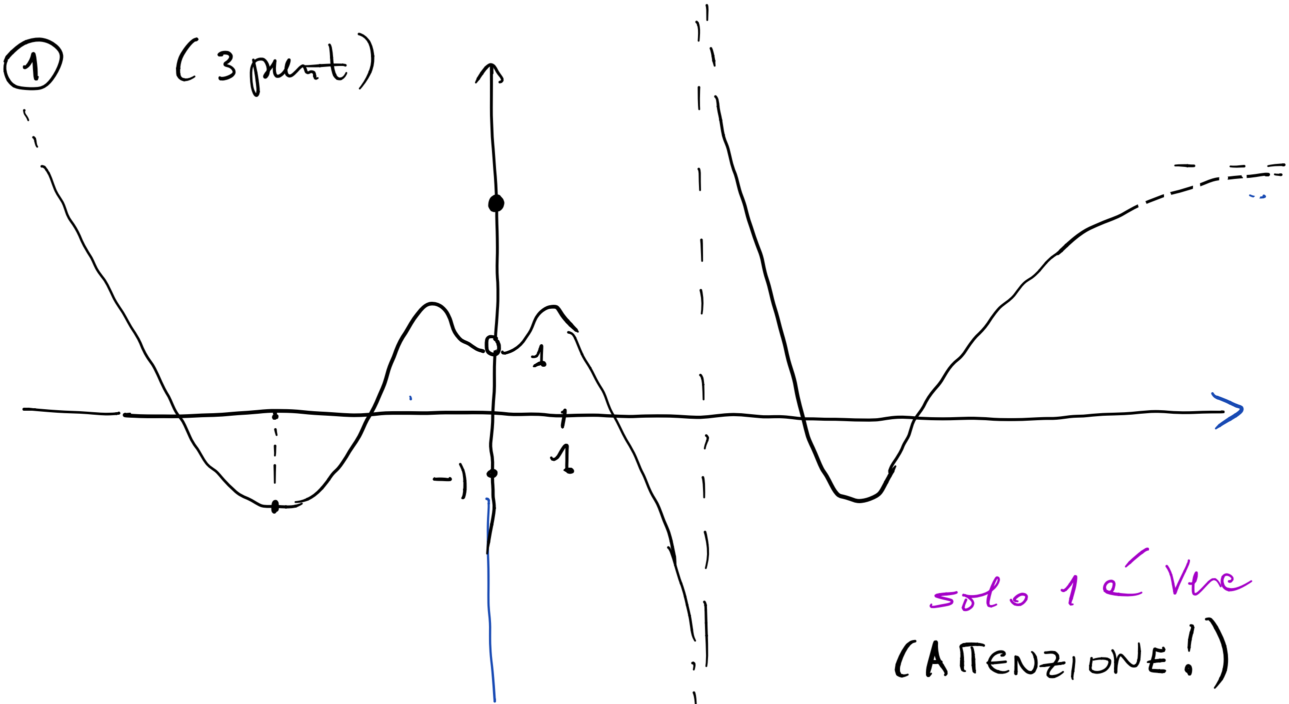
① (3 punti)



solo 1 é Vera

(ATTENZIONE!)

Dire QUALE delle affermazioni è vera

(a) $f(x) \sim x$ per $x \to +\infty$

$\boxed{(b)}$ $f(x)$ ha un MAX locale in $x = 0$

(c) $f''(-6,5) < 0$

(d) $\lim_{x \to 6} f(x) = \infty$

(e) nessuna delle precedenti

② (4 punti)

$$\lim_{x \to \infty} \frac{\ln(e^{2x}+1)}{3x+2} = \frac{\ln(e^{2x}[1+e^{-2x}])}{3x+2}$$

(a) 0

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{2x}{3x+2} + \frac{\ln(1+e^{-2x})}{3x+1}$$

(b) 1

$$= \frac{2}{3} + \frac{0}{\infty} = \frac{2}{3}$$

(c) $\frac{2}{3}$

(d) $\frac{1}{2}$

(e) nessuna delle precedenti

③ (4 punti)

$$\lim_{n \to \infty} \frac{\sin(n) + \cos(n)}{\sqrt{n}}$$

$$-\frac{2}{\sqrt{n}} < \left|\frac{\sin(n)+\cos(n)}{\sqrt{n}}\right| < \frac{2}{\sqrt{n}}$$ quindi (CARABINIERI) $\to 0$

(a) 0

(b) il limite non esiste

(c) 1

(d) $\frac{\pi}{2}$

(e) nessuna delle precedenti

④ (6 punti)

$$\lim_{x\to 0} \frac{e^{2x^2+x^4} - 1 - 2x^2}{x^4} = \lim_{x\to 0} \frac{3x^4 + o(x^4)}{x^4} = 3$$

$$e^{2x^2+x^4} = 1 + (2x^2+x^4) + \frac{1}{2}(2x^2+x^4)^2 + o(x^4)$$

$$= 1 + 2x^2 + x^4 + 2x^4 + o(x^4)$$

(a) ∞

(b) 3

(c) 1

(d) il limite non esiste

(e) nessuna delle precedenti

⑤ (6 punti) Calcolare

$$y = \tan\frac{x}{2}$$

$$\frac{2}{1+y^2}\,dy = dx$$

$$\int \frac{dx}{2\cos x + 1} = 2\int \frac{dy}{2(1-y^2)+1+y^2}$$

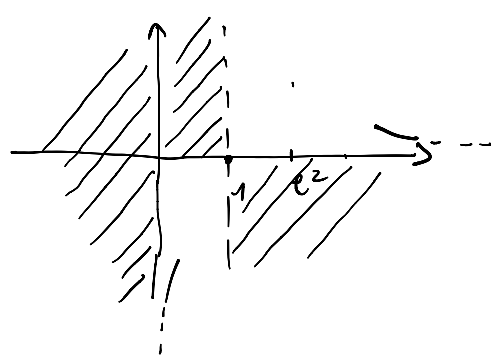
$$= -2 \int \frac{dy}{y^2-3} = \frac{-2}{2\sqrt{3}} \int \left(\frac{1}{y-\sqrt{3}} - \frac{1}{y+\sqrt{3}} \right) = -\frac{1}{\sqrt{3}} \ln \left(\frac{tg\frac{x}{2} - \sqrt{3}}{tg\frac{x}{2} + \sqrt{3}} \right)$$

⑥ Studiare la funzione

$$f(x) = \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$$

Dominio: $x > 0$; $f(x)$ NON è né periodica né pari né dispari

$f(x) \geq 0$ per $\ln(x) \geq 0$ cioè per $x \geq 1$



$$\lim_{x \to 0^+} \frac{\ln x}{\sqrt{x}} = -\infty \cdot \frac{1}{0^+}$$

$$= -\infty \cdot \infty = -\infty$$

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{\ln x}{\sqrt{x}} \overset{\text{se esiste}}{=} \lim_{x \to +\infty} \frac{\frac{1}{x}}{\frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{x}}} = \lim_{x \to \infty} \frac{\sqrt{x}}{2x} = 0$$

$$f'(x) = \frac{1}{x\sqrt{x}} - \frac{\ln x}{2\, x^{3/2}} = \frac{1}{2x\sqrt{x}} (2 - \ln x)$$

quindi $f'(x) \geq 0$ se $2 - \ln x \geq 0$

quindi $\ln x \leq 2$ $\quad 0 < x \leq e^2$

$f(x)$ è crescente per $0 < x \leq e^2$

decrescente per $x \geq e^2$

(il punto $x_{max} = e^2$ è il punto di massimo assoluto $f(x_{max}) = \frac{2}{e}$

$$f'(x) = \frac{1}{2x\sqrt{x}}(2 - \ln x) = \frac{1}{2} x^{-\frac{3}{2}} (2 - \ln x)$$

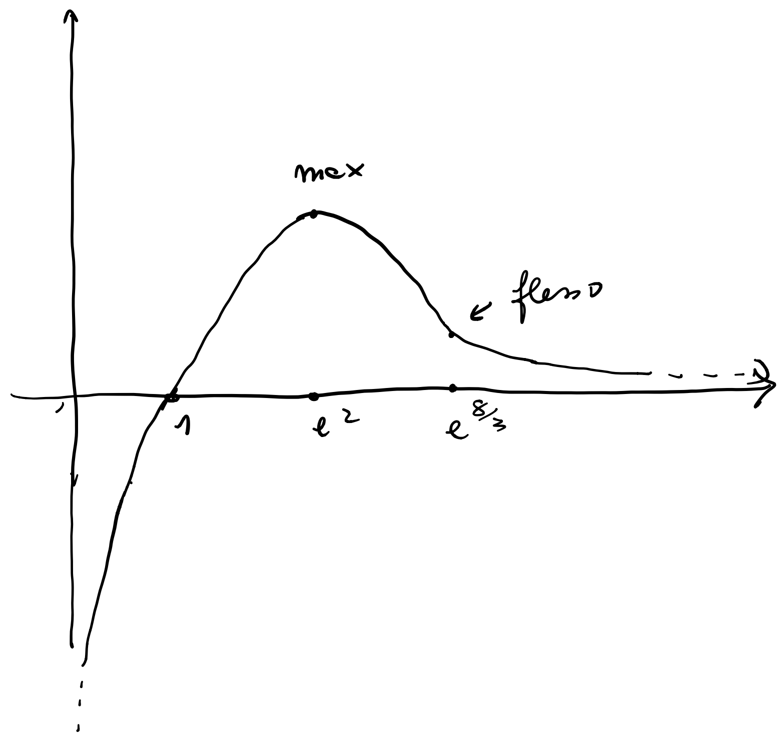
$$f''(x) = \frac{1}{2} x^{-\frac{3}{2}} \cdot \left(-\frac{1}{x}\right) + \frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) x^{-\frac{3}{2} - 1} (2 - \ln x)$$

$$= -\frac{1}{2} x^{-\frac{5}{2}} \left(1 + \frac{3}{2}(2 - \ln x)\right)$$

$$= -\frac{1}{2} x^{-\frac{5}{2}} \left(4 - \frac{3}{2} \ln x\right) = \frac{x^{-\frac{5}{2}}}{4} (3 \ln x - 8)$$

$f''(x) \geq 0 \Rightarrow 3 \ln x - 8 \geq 0 \quad \ln x \geq \frac{8}{3}$

$x \geq e^{\frac{8}{3}}$


max
flesso
1
e^2
$e^{8/3}$