

Esercitazione di AM210, a. a. 2018/19
Corso di Laurea in Matematica
Università degli studi Roma Tre

Foglio n° 4
JACOBIANI, MASSIMI E MINIMI

Esercizio 1. Siano $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $G : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ date da $F(x, y, z) = (\sin x, yz)$ e $G(x, y) = (3x, e^{xy})$. Determinare la funzione composta $G \circ F$ e calcolare le matrici Jacobiane di F , G e $G \circ F$.

Esercizio 2. Determinare i punti critici e stabilirne la natura delle seguenti funzioni:

(1) $f(x, y) = x^4 + y^4 - 2(x - y)^2 + 2$; (2) $f(x, y) = \sinh(x^4 + y^3 - 4x^2 - 3y^2)$;

(3) $f(x, y) = (x^2 + y^2)e^{-(x^2 - y^2)}$; (4) $f(x, y) = x\sqrt[3]{(y - x)^2}$;

(5) $f(x, y) = x^2 \log(1 + y) + x^2 y^2$; (6) $f(x, y) = 4y^2 - 4x^2 y^2 - y^4$.

(7) $f(x, y) = \sin(x - y) - \cos(x + y)$; (8) $f(x, y, z) = xyz + \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$.

Esercizio 3. Determinare i punti di massimo e minimo assoluti delle seguenti funzioni:

(1) $f(x, y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ nell'insieme $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \leq 0, y \leq 0, x + y \geq -3\}$;

(2) $f(x, y) = 2x + 3y$ nell'insieme $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1\}$;

(3) $f(x, y) = x^4 + 4xy - 2y^2$ nel triangolo T di vertici $P(1, 0)$, $Q(0, 1)$, $R(-1, 0)$;

(4) $f(x, y) = \sqrt{2(x + 2y - x^2 - 2y^2 - 1)}$ nel suo dominio.