

**Esercitazione di AM210, a. a. 2018/19**  
**Corso di Laurea in Matematica**  
**Università degli studi Roma Tre**

**Foglio n° 4**  
**JACOBIANI, MASSIMI E MINIMI**

**Esercizio 1.** Siano  $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  e  $G : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  date da  $F(x, y, z) = (\sin x, yz)$  e  $G(x, y) = (3x, e^{xy})$ . Determinare la funzione composta  $G \circ F$  e calcolare le matrici Jacobiane di  $F$ ,  $G$  e  $G \circ F$ .

**Esercizio 2.** Determinare i punti critici e stabilirne la natura delle seguenti funzioni:

(1)  $f(x, y) = x^4 + y^4 - 2(x - y)^2 + 2$ ;      (2)  $f(x, y) = \sinh(x^4 + y^3 - 4x^2 - 3y^2)$ ;

(3)  $f(x, y) = (x^2 + y^2)e^{-(x^2 - y^2)}$ ;      (4)  $f(x, y) = x\sqrt[3]{(y - x)^2}$ ;

(5)  $f(x, y) = x^2 \log(1 + y) + x^2 y^2$ ;      (6)  $f(x, y) = 4y^2 - 4x^2 y^2 - y^4$ .

(7)  $f(x, y) = \sin(x - y) - \cos(x + y)$ ;      (8)  $f(x, y, z) = xyz + \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$ .

**Esercizio 3.** Determinare i punti di massimo e minimo assoluti delle seguenti funzioni:

(1)  $f(x, y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$  nell'insieme  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \leq 0, y \leq 0, x + y \geq -3\}$ ;

(2)  $f(x, y) = 2x + 3y$  nell'insieme  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1\}$ ;

(3)  $f(x, y) = x^4 + 4xy - 2y^2$  nel triangolo  $T$  di vertici  $P(1, 0)$ ,  $Q(0, 1)$ ,  $R(-1, 0)$ ;

(4)  $f(x, y) = \sqrt{2(x + 2y - x^2 - 2y^2 - 1)}$  nel suo dominio.