

## Versione 2, II esonero di AM210/Analisi Matematica II, 9-1-2019

Ogni risposta va accuratamente motivata. Non si possono usare: libri, appunti, congegni elettronici, etc.

1. Trovare il massimo e minimo della funzione

$$f(x, y) := x^6 - y^4 + 3y^2$$

sul vincolo  $|x|^3 + y^2 = 1$ .

Domanda supplementare: Stessa domanda, stesso vincolo ma per la funzione

$$g(x, y) := x^6 - y^4 + 2y^2$$

2. Data la funzione  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x, y) := x^4 - 3e^{2y} + 2x^2 \cos(y)$$

Dire se l'equazione  $f(x, y) = 0$  è esplicitabile intorno a  $(1, 0)$ ; in caso affermativo, rispetto a quali variabili? Dare una formula esplicita.

Domanda supplementare:  $f(x, y) = 0$  definisce globalmente un'unica funzione  $x = g(y)$ ? Giustificare la risposta.

3. Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} \dot{x} = -x + e^{\frac{t}{2}}x^2 \\ x(0) = x_0 \end{cases}$$

Detta  $x(t, x_0)$  la soluzione, determinare i valori di  $x_0$  tali che la soluzione sia definita per ogni  $t \in \mathbb{R}$ . Per tali valori di  $x_0$  determinare

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x(t, x_0).$$

Suggerimento: Sostituire  $x(t) = e^{-t}y(t)$ , scrivere e risolvere l'equazione differenziale per  $y(t)$ .