

Primo esonero di AM210/Analisi Matematica II, 12-11-2019

Ogni risposta va accuratamente motivata. Non si possono usare: libri, appunti, congegni elettronici, etc.

1. (12 punti) Dire se la funzione

$$f(x, y) := \begin{cases} \frac{y^5 x \sin y}{x^3 + y^3} & \text{se } x \neq -y \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

è continua in $(0, 0)$. Determinare (utilizzando la definizione) la derivata direzionale $\frac{\partial f}{\partial v}(0, 0)$ dove $v = (1, -2)$.

2. (12 punti) Data la funzione

$$f(x, y) = (x^2 + y^2)^2 - 2(x^2 + y^2)$$

trovarne i punti stazionari e discuterne la natura. Suggerimento (dato durante lo scritto) f è una funzione radiale.

3. (12 punti) Data la funzione

$$f(x, y) = x^4 + y^4 - 2x^2y^2 + y^2 - 1$$

Verificare che $f(x, y) = 0$ è localmente esplicitabile come $y = g(x)$ vicino al punto $(x_0, y_0) = (1, -1)$. Verificare che x_0 è un punto critico per la funzione $g(x)$. Determinare la funzione esplicitante $g(x)$.

domanda in più: Il punto critico è un massimo o un minimo?