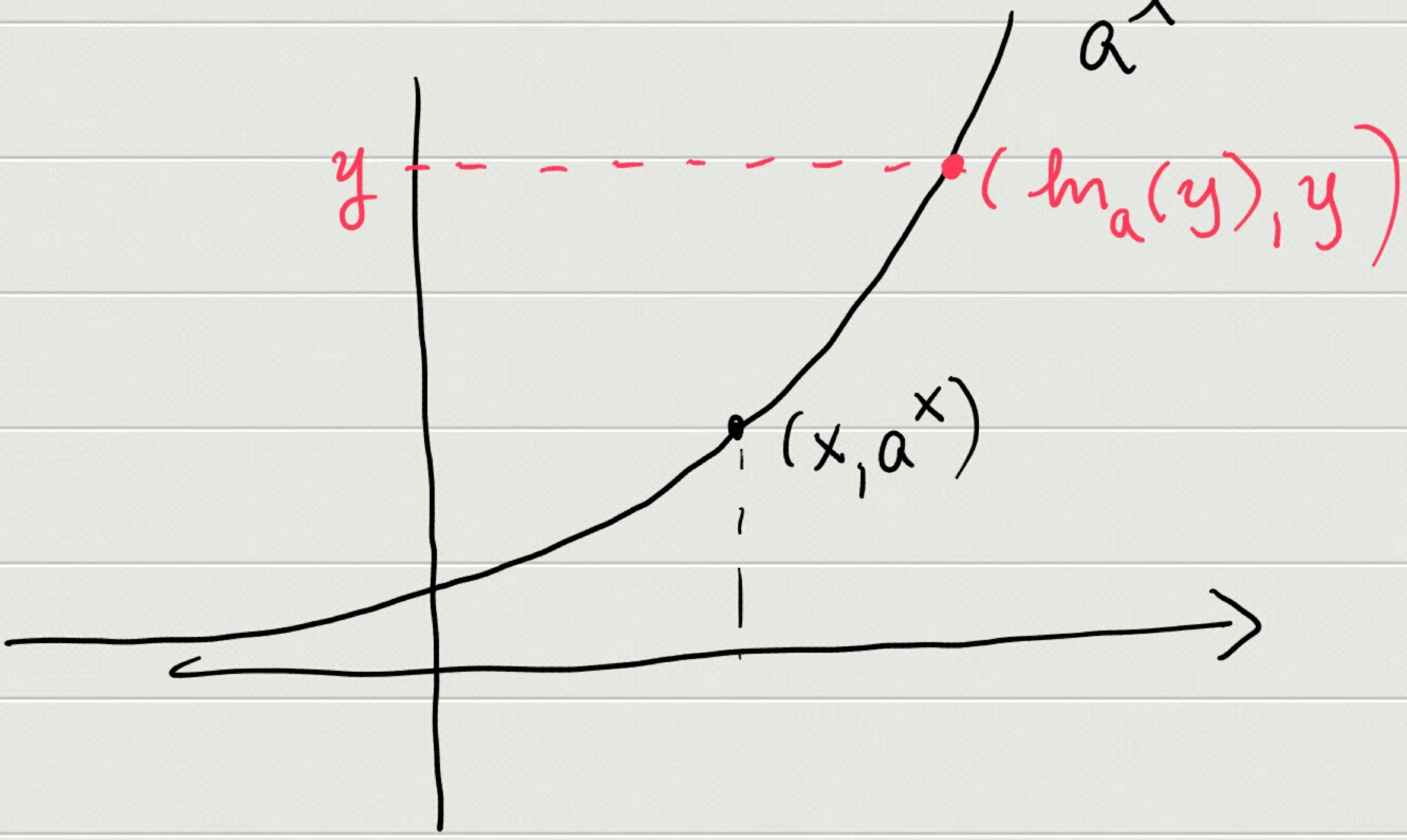
La funzione esponenziale



questo è semplicemente il fatto che $\ln_a(y)$ è la funzione inversa di a^x

[se $y = a^x$ allora $x = \ln_a(y)$]

quindi se voglio trovare x_1 t.c. $a^{x_1} = 7 \Rightarrow x_1 = \ln_a(7)$

Esempio $3^x = 9 \Rightarrow$

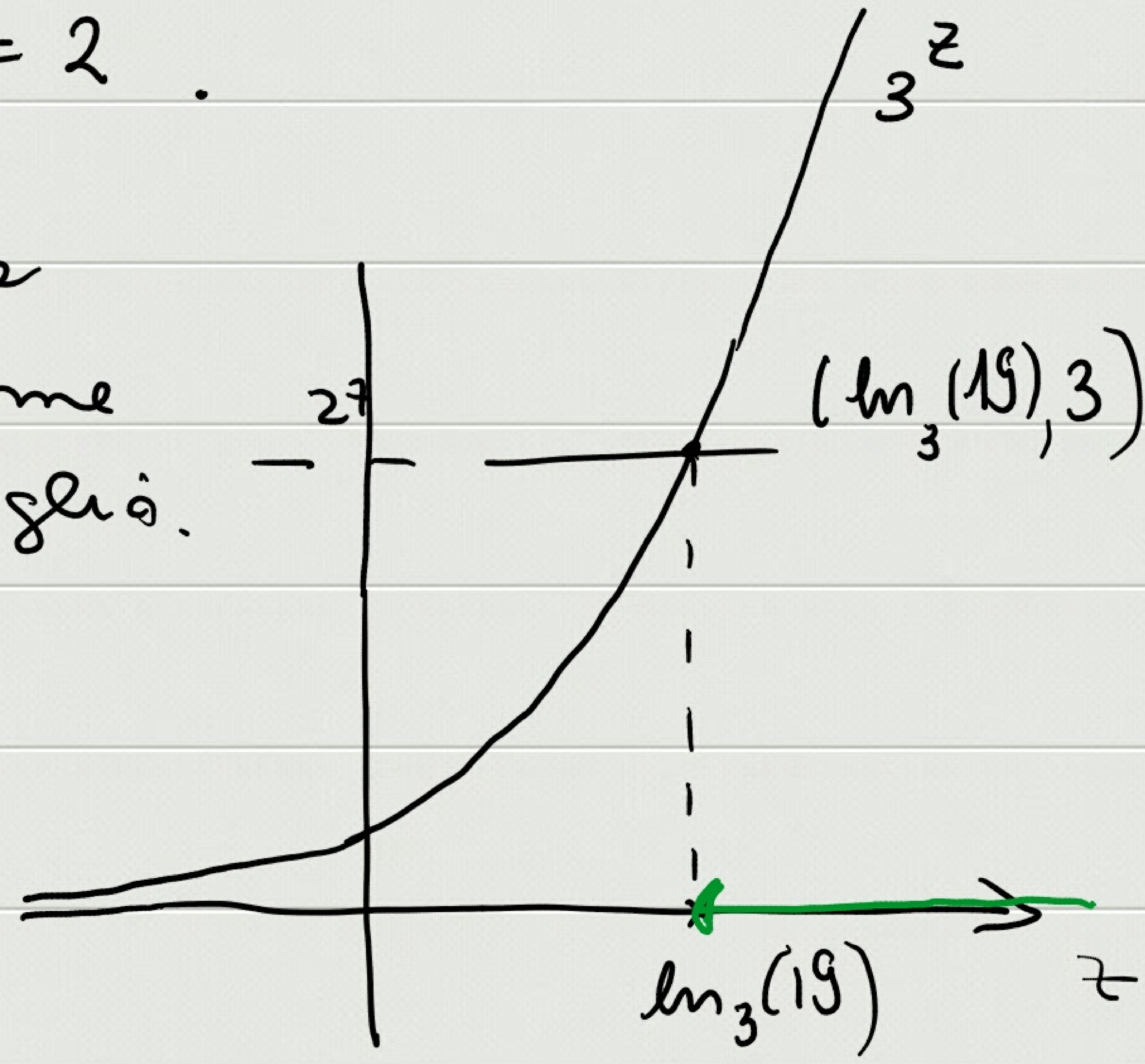
$x = \ln_3(9) = 2$.

Posso chiamare la variabile come voglio.

$3^z > 19$

$\Updownarrow$

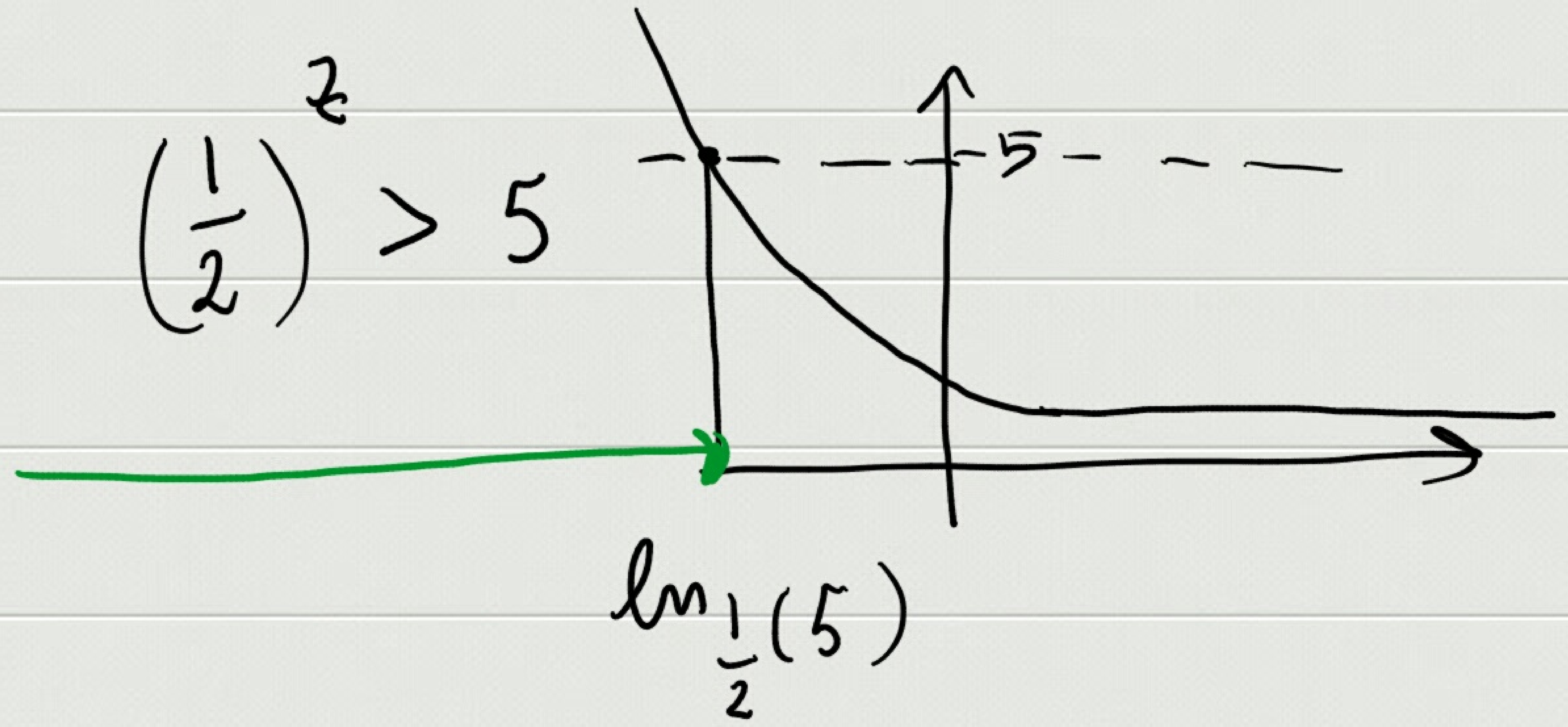
$z > \ln_3(19)$



---

se la base è < 1

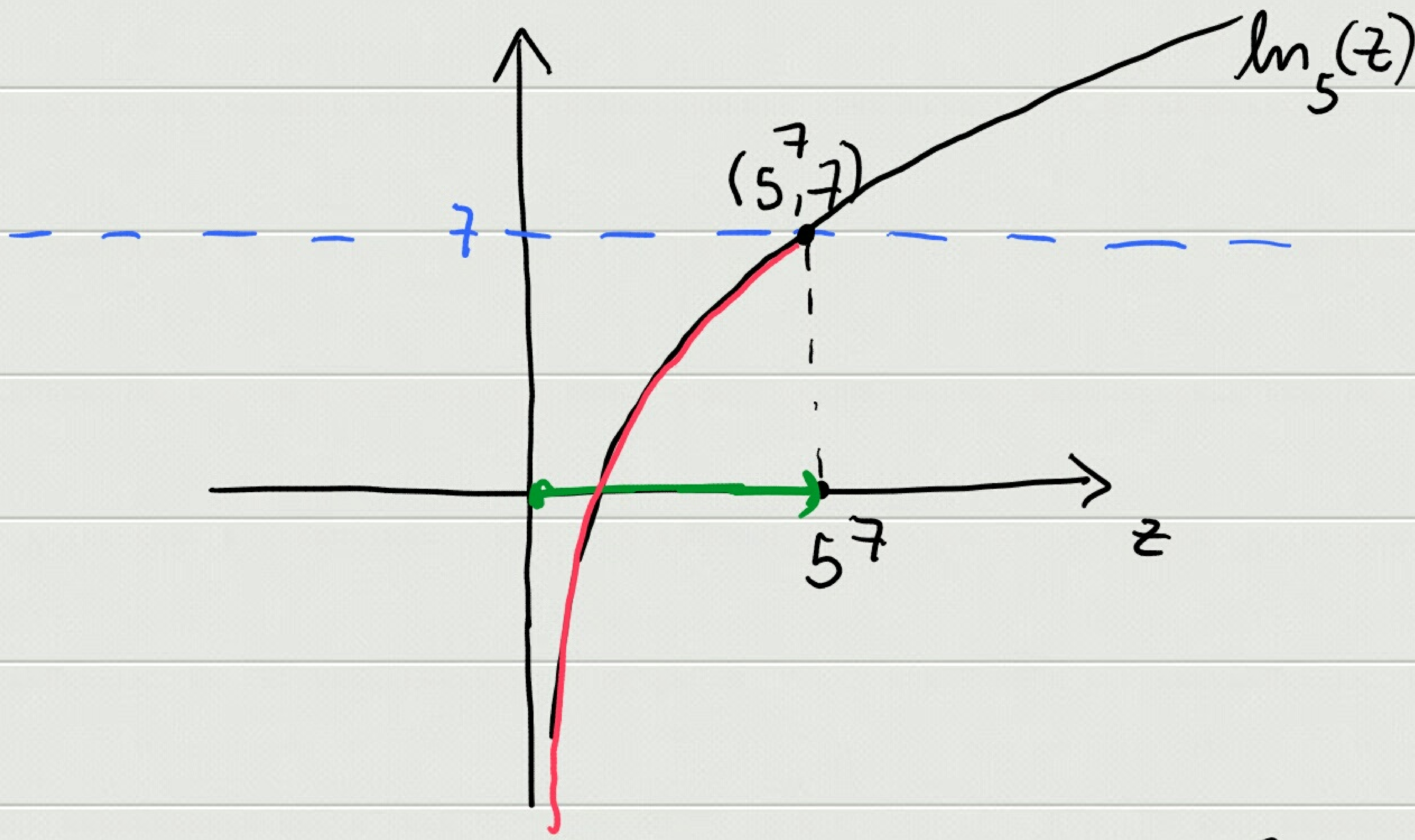
$\left(\frac{1}{2}\right)^z > 5$



La risposta è

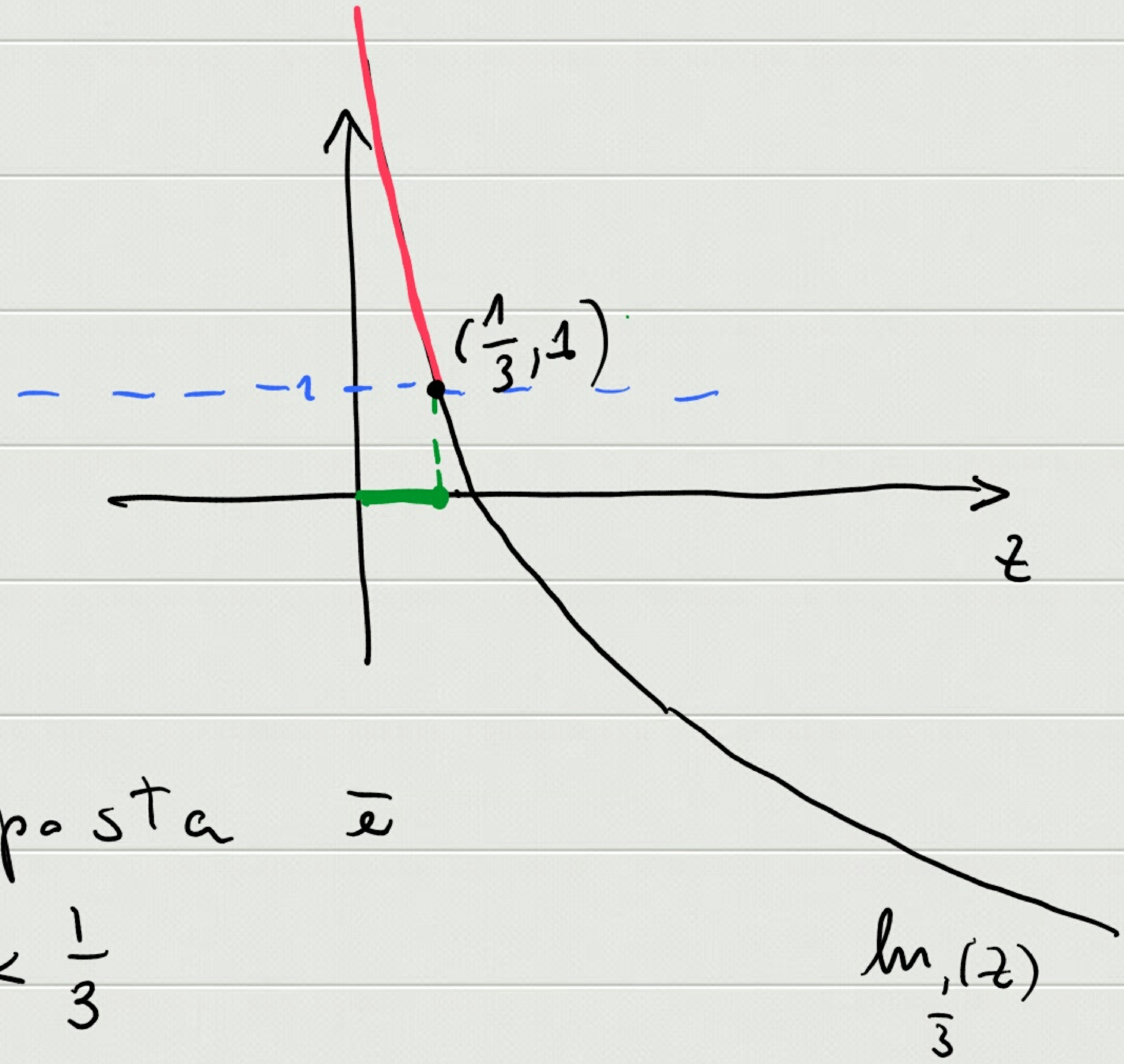
$$z < \ln_{\frac{1}{2}}(5)$$

$$\ln_5(z) < 7$$



la risposta è $0 < z < 5^7$

$$\ln_{\frac{1}{3}}(z) > 1$$

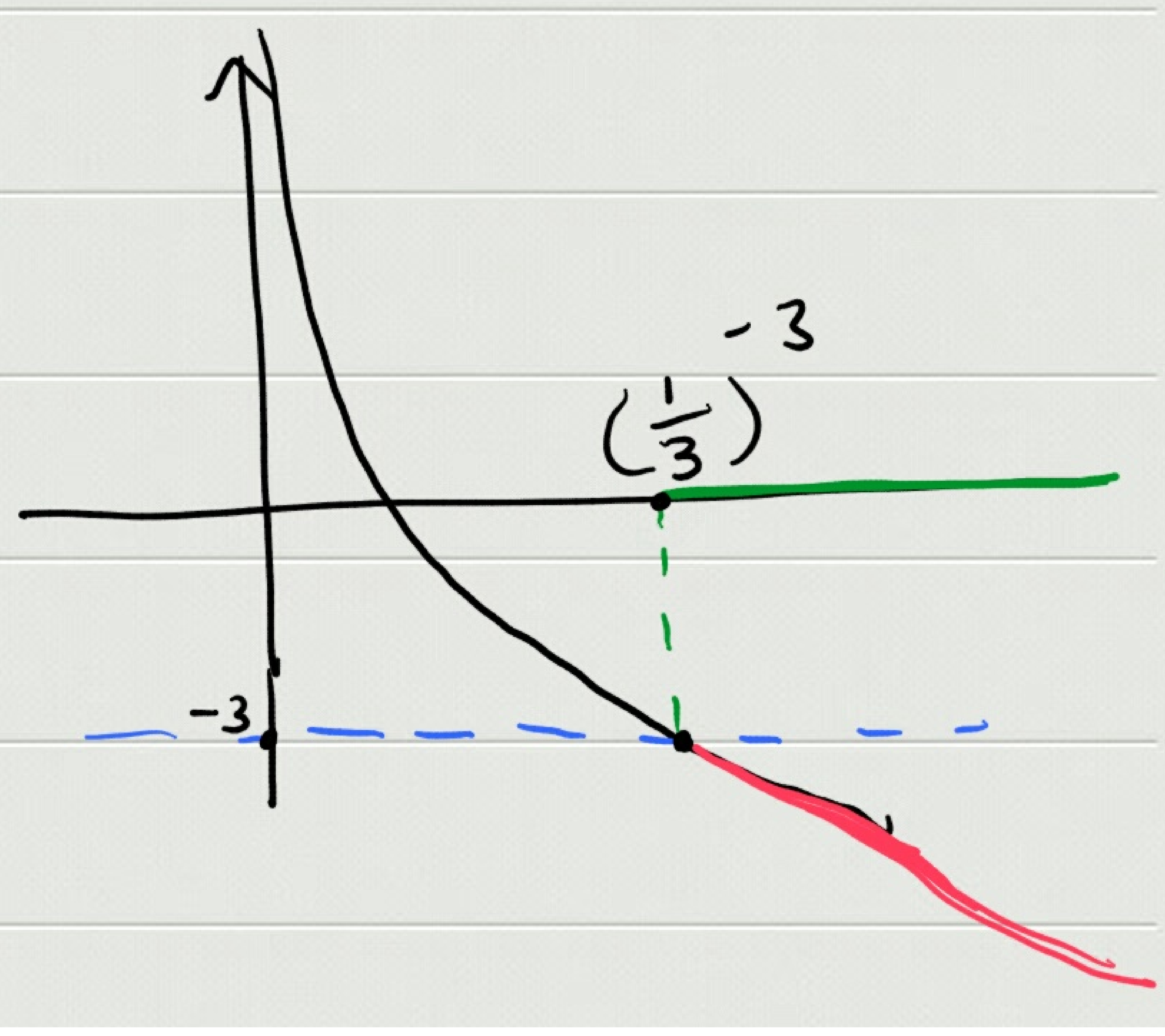


la risposta è

$$0 < z < \frac{1}{3}$$

$$\ln_{\frac{1}{3}}(z) < -3$$

$$z > \left(\frac{1}{3}\right)^{-3}$$



Disequazioni con funzioni composte

$$x \xrightarrow{g} g(x) \xrightarrow{f} f(g(x))$$

voglio risolvere $f(g(x)) < a$

(x esempio $a = 1$)

NON so disegnare $f(g(x))$ ma conosco il grafico di $z \xrightarrow{f} f(z)$

Si tratta di trovare la preimmagine di $(-\infty, a)$ tramite la mappa

cioè per quali x è vero che

$$x \xrightarrow{g} g(x) \xrightarrow{f} f(g(x)) \in (-\infty, a) \ ?$$

guardo il grafico di $z \to f(z)$

e trovo la preimmagine di

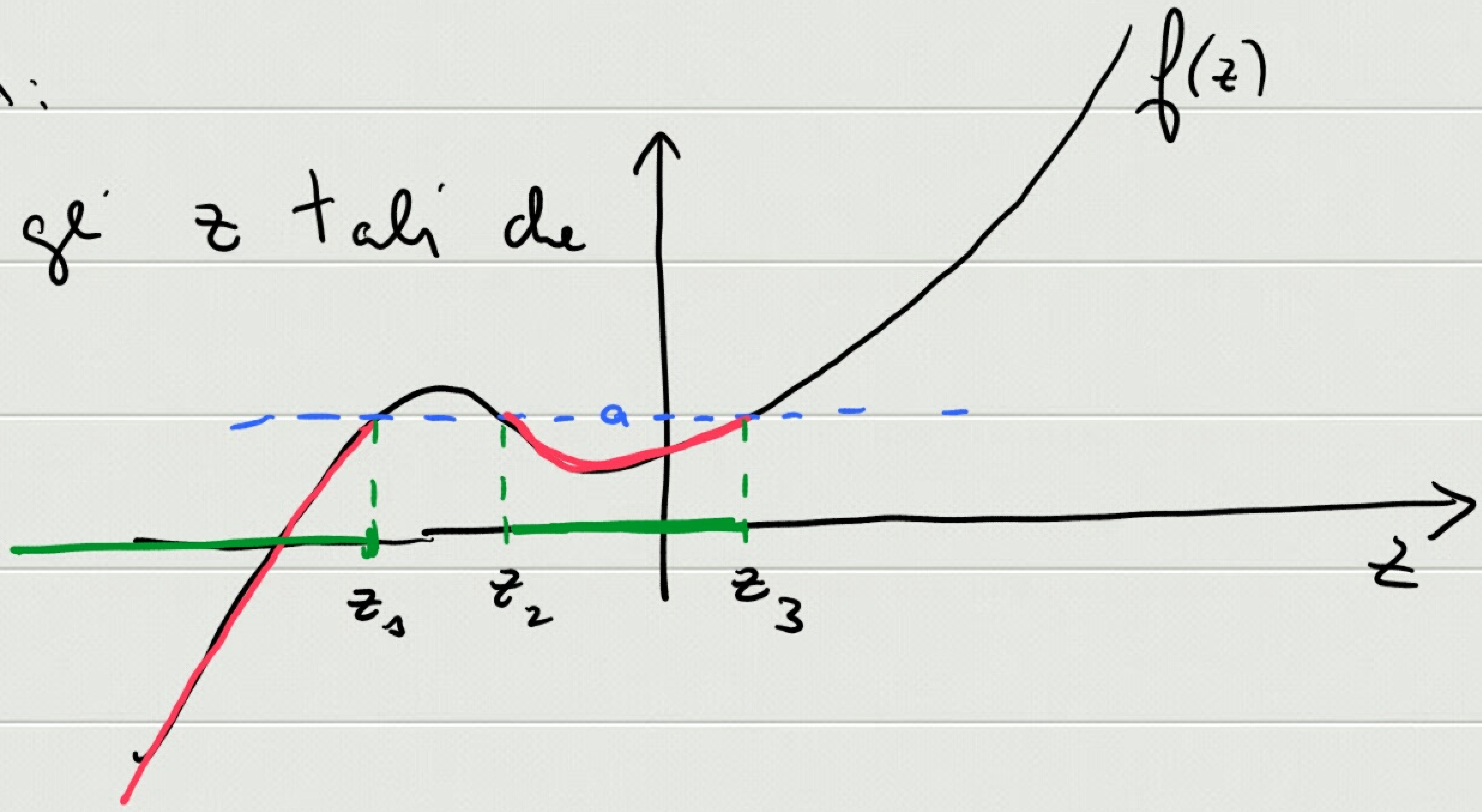
$(-\infty, a)$ (cioè trovo gli z

tali che $f(z) < a$)

DOMANDA:

trovare gli z tali che

$f(z) < a$



z_1, z_2, z_3 sono PREIMMAGINI di a

$$f(z_1) = f(z_2) = f(z_3) = a$$

la risposta <u>in questo caso</u> è

$$z < z_1 \cup z_2 < z < z_3$$

Ora torno al problema originale

dato che $f(z) < a$ è EQUIVALENTE

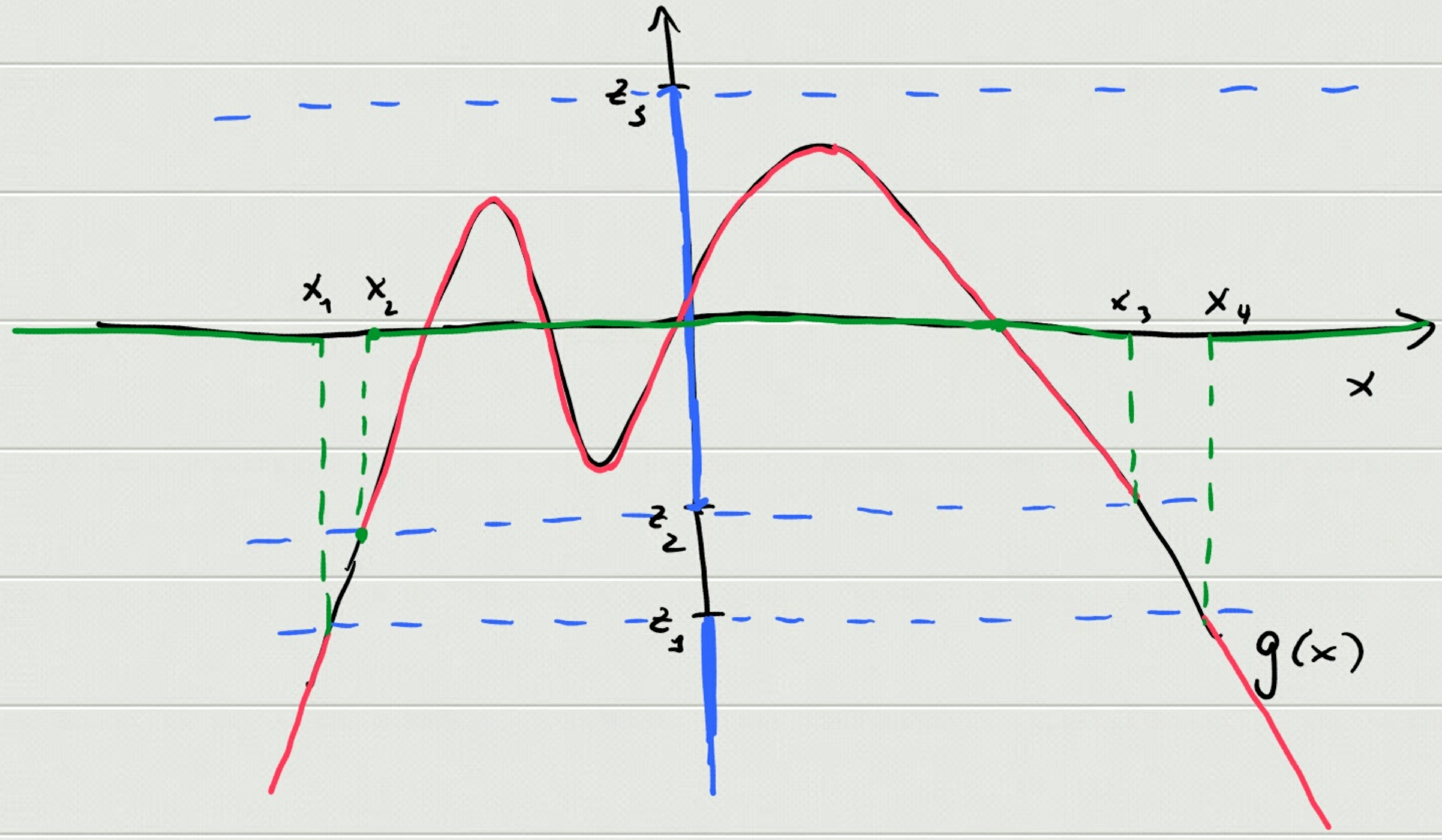
a chiedere $z < z_1 \cup z_2 < z < z_3$

$f(g(x)) < a$ è EQUIVALENTE a

chiedere $g(x) < z_1 \cup z_2 < g(x) < z_3$

Risolvere $\quad g(x) < z_1 \cup z_2 < g(x) < z_3$

Se conosco il grafico di $x \to g(x)$ posso risolvere anche questo graficamente



si tratta di trovare le PREIMMAGINE degli intervalli in blu. Quindi le ascisse corrispondenti alle parti in rosso del grafico cioè gli intervalli in verde!

$$\boxed{\text{Risp}: \quad x < x_1 \quad \cup \quad x_2 < x < x_3 \quad \cup \quad x > x_4}$$

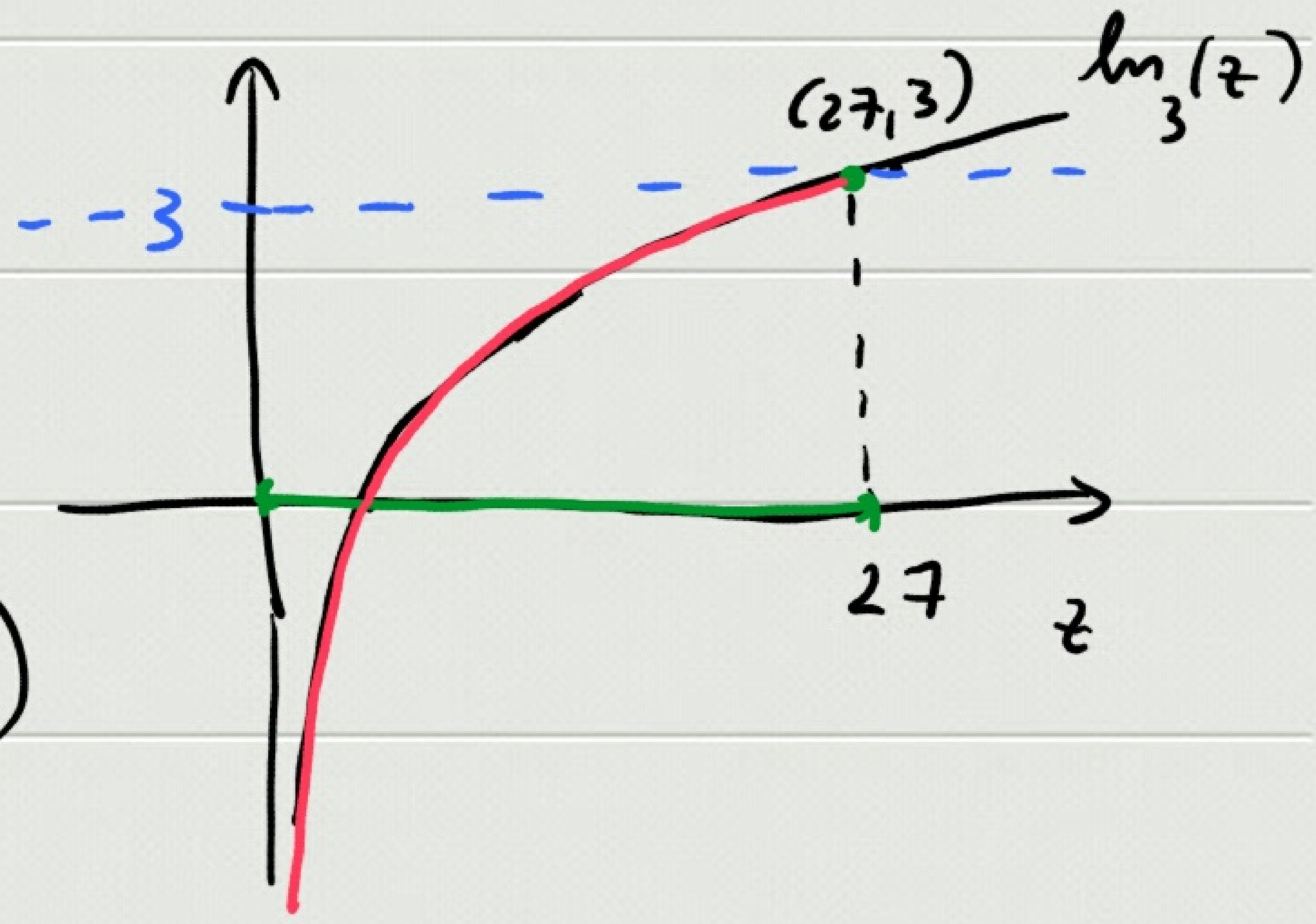
ESEMPIO: $\ln_3(x^2+2x) < 3$

$g(x) = x^2+2x$; $f(z) = \ln_3(z)$

Studio $\ln_3(z) < 3$

la risposta è

$0 < z < 27$ $\quad (27 = 3^3)$



quindi $\ln_3(x^2+2x) < 3 \iff 0 < x^2+2x < 27$

dobbiamo ora svolgere questa disequazione

Possibilità 1. Risolvo ANALITICAMENTE

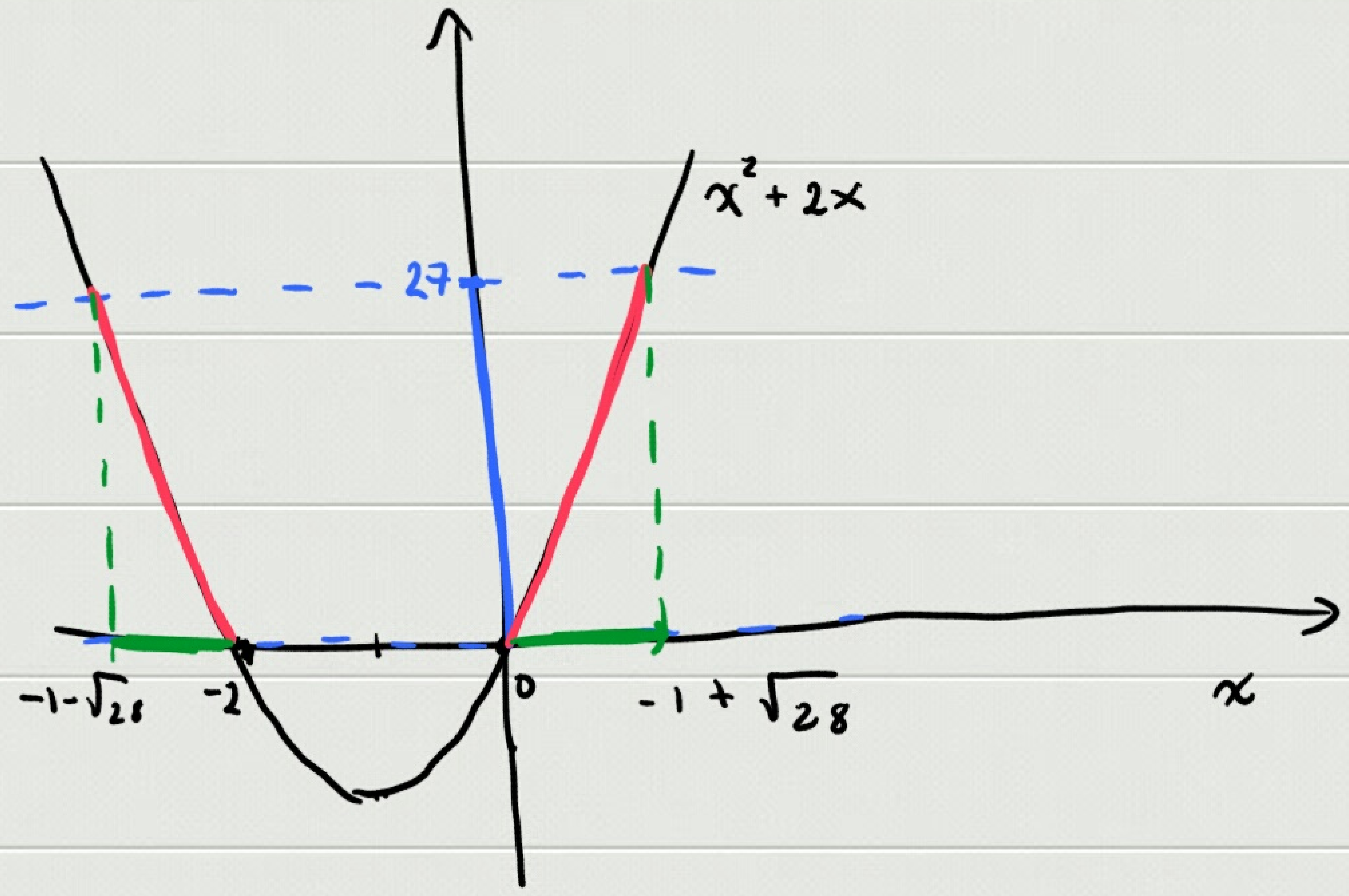
$$\begin{cases} x^2+2x > 0 \\ x^2+2x < 27 \end{cases} \iff \begin{cases} x < -2 \cup x > 0 \\ -1-\sqrt{28} < x < -1+\sqrt{28} \end{cases}$$

$$-1-\sqrt{28} < x < -2 \quad \cup \quad 0 < x < -1+\sqrt{28}$$

Possibilità 2. Disegno il grafico di x^2+2x

e procedo graficamente

2



trovo i punti risolvendo $x^2+2x=27$

e $x^2+2x=0$.