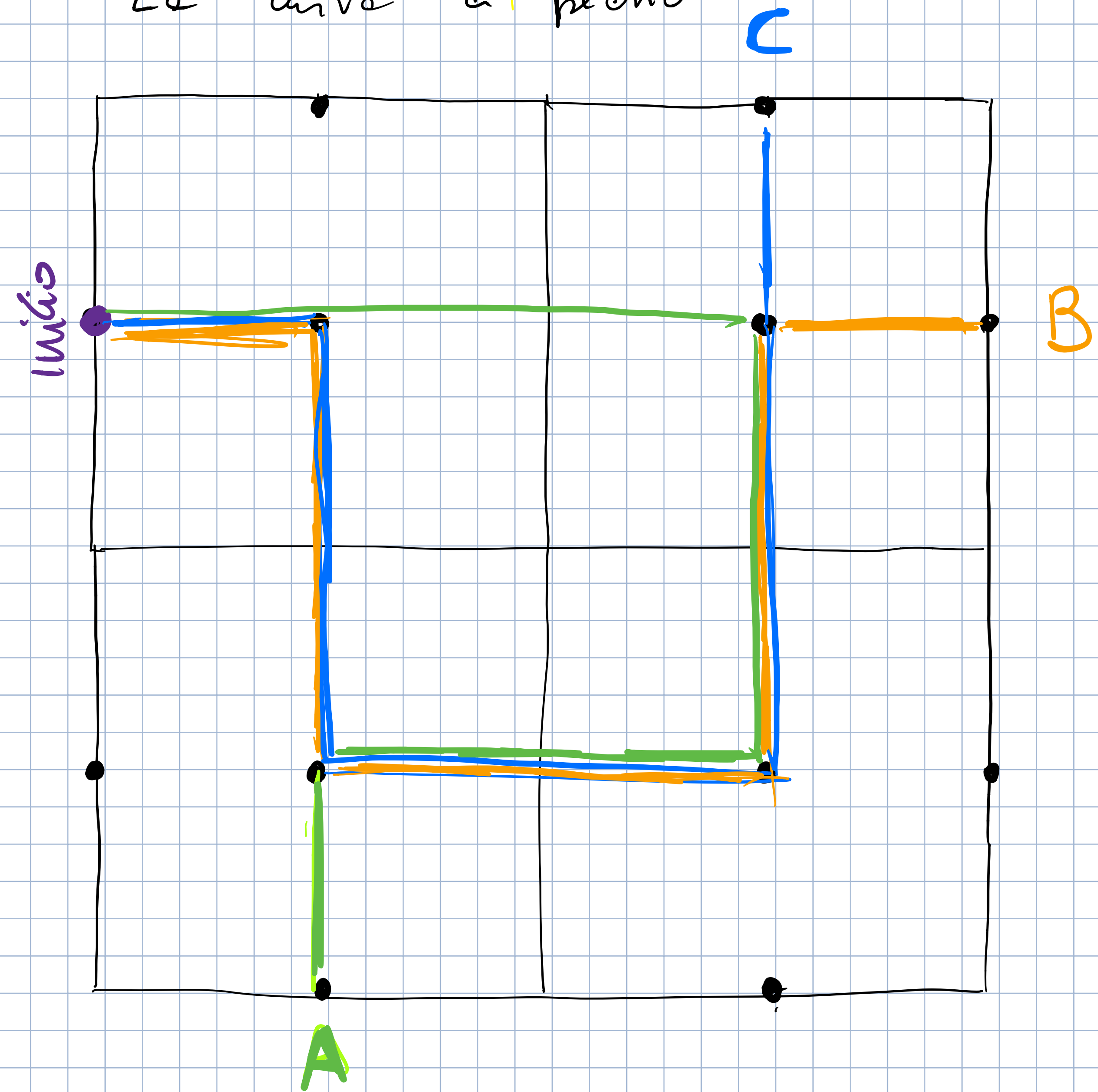
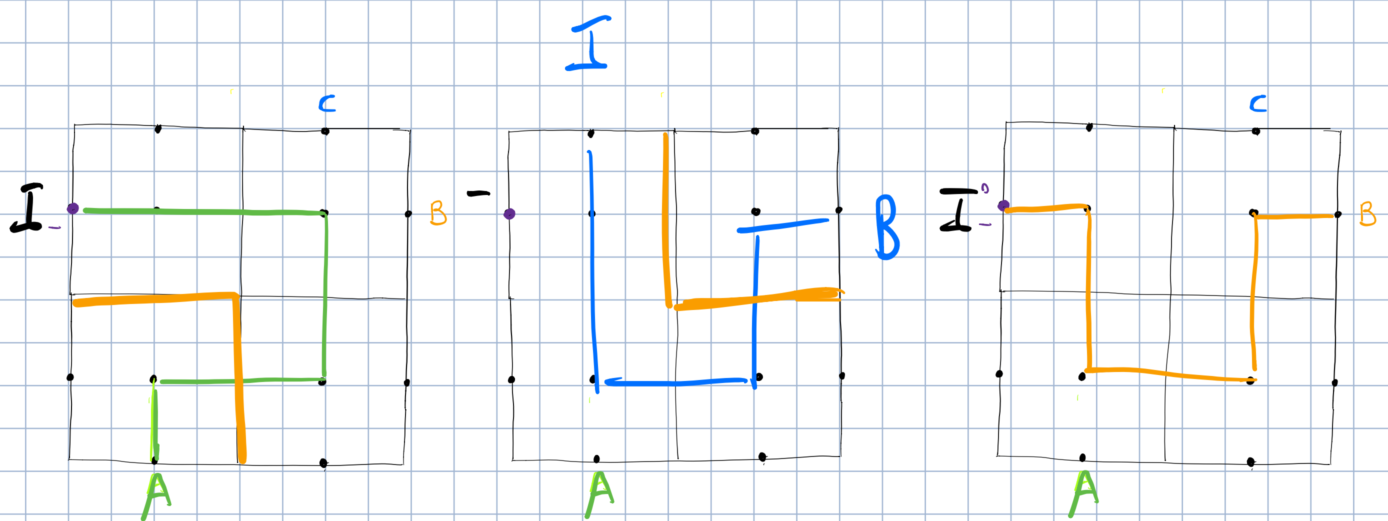
La curva di Peano





ho 3 modelli A B C

A B connettono lati adiacenti   C lati opposti

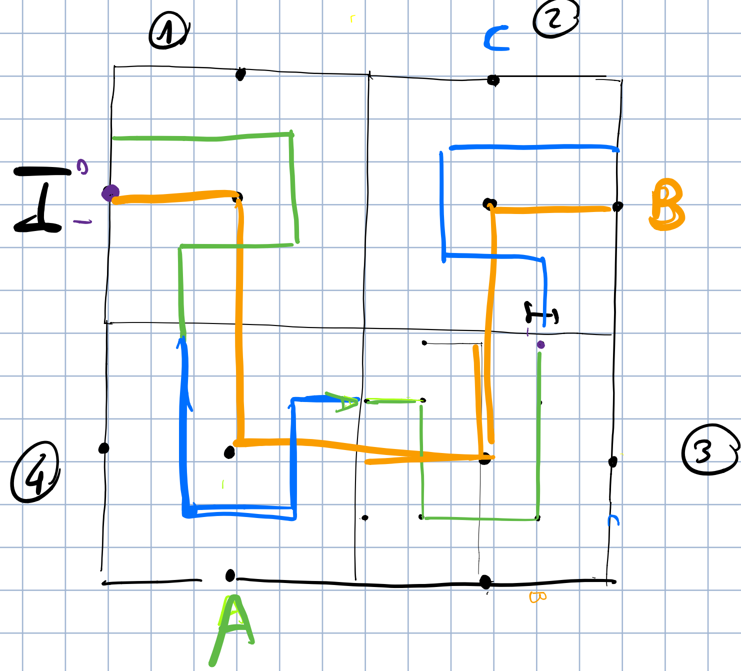
Partiamo su C

lo divido in 4 quadrati

il 1 è A

quindi ci sovrappongo

il modulo A

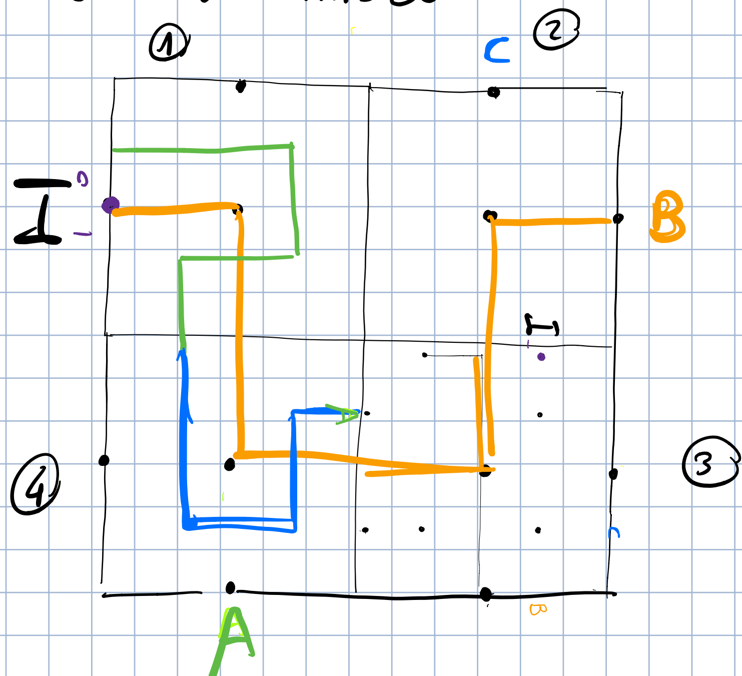


riscalato finisco nel quadrato 4

che è un modulo B quindi sovrappongo un

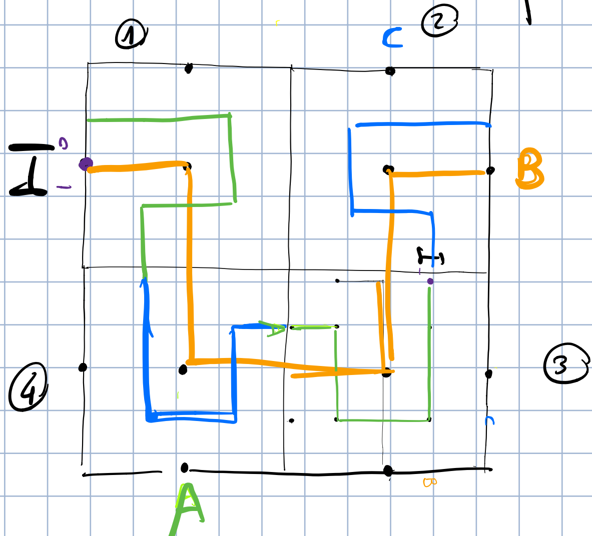
modulo B

riscalato

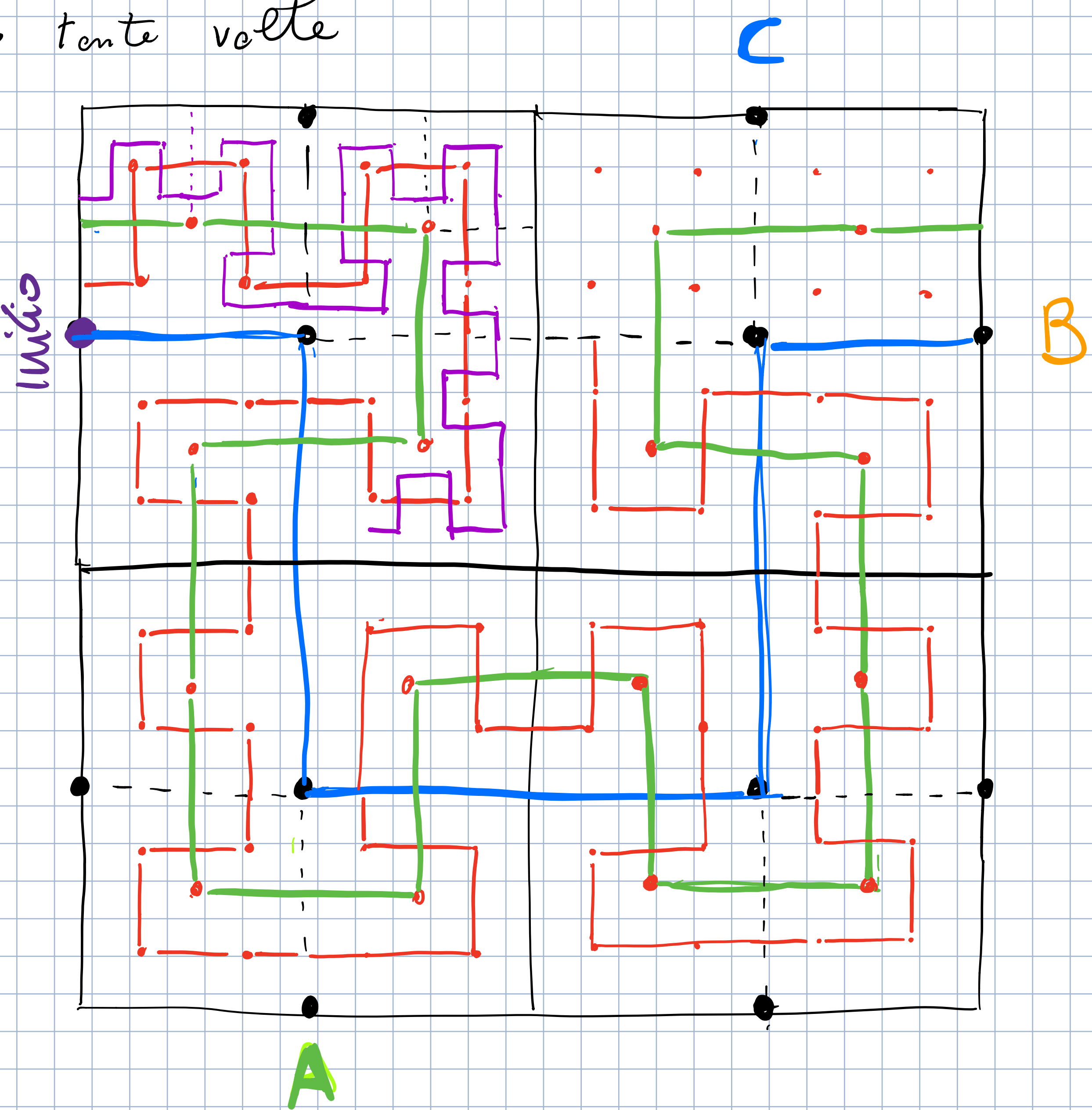


vedo in 3 che è

un modulo A poi in 4 che è un B



ripeto tante volte



① la curva blu ha lunghezza 2

② la curva verde è composta da 4 pezzi ciascuno lungo $2 \cdot \frac{1}{2}$ (la lunghezza della curva è $2 \cdot$ lato del quadrato in cui è)

$4 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} = 4$; ③ la curva rossa $16 \cdot 2 \cdot \frac{1}{4} = 8$

Possiamo pensare alle curve disegnate come curve parametriche

$$[0,1] \xrightarrow{\varphi_k} [0,1]\times[0,1]$$

scelgo la k-me curve e mi muovo lungo di esse con velocità costante.

le φ_k $C([0,1], [0,1]\times[0,1])$ questo è un sottospazio chiuso dello spazio di Banach

$$C([0,1], \mathbb{R}^2), \| \ \|_\infty$$

dove data $t \to \varphi(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix}$

$$\|\varphi\|_\infty = \sup_{t\in(0,1)} |\varphi(t)| = \sup_{t\in[0,1]} \sqrt{x^2(t) + y^2(t)}$$

Si MOSTRA che $\varphi_k(t)$ sono una successione di CAUCHY

$$|\varphi_k(t) - \varphi_{k-1}(t)|_\infty < 4\, 2^{-k}$$ (controllare il 4)

quindi il $\lim_{k\to\infty} \varphi_k$ è una curva CONTINUA