

Esercizi di ricapitolazione per il II esonero

Esercizio 1. Sia $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x, y) = xy + x^2y^2 - x^3 - y^3$. Si discuta l'esistenza di massimo assoluto e minimo assoluto di f sul dominio

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : xy = 1, x > 0\}$$

(e si calcoli il valore di tale massimo e minimo se esistono).

Esercizio 2. Sia $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x, y) = x^3y$. Si determinino il massimo assoluto e il minimo assoluto di f sul dominio

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 4x^2 + y^2 \leq 4\}.$$

Esercizio 3. Si determini la funzione $u = u(t)$ che risolve il problema di Cauchy

$$\begin{cases} u'' + 9u = 12t \operatorname{sen}(3t) \\ u(0) = 0 \\ u'(0) = 3. \end{cases}$$

Esercizio 4. Si consideri l'equazione differenziale

$$y'(t) - (y(t))^2 = 4.$$

- (a) Se ne calcoli la soluzione con dato iniziale $y(0) = 0$, specificando l'intervallo massimale di definizione.
- (b) Se ne calcoli la soluzione con dato iniziale $y(0) = 2$, specificando l'intervallo massimale di definizione.