

AM220 - Analisi Matematica 4

DOCENTE: MICHELA PROCESI

TUTORI: DANIELE SALIERNO, JACOPO TENAN

Tutorato 1

Esercizio 1. Scrivere, se possibile, i seguenti insiemi in forma normale:

- (a) La regione D compresa tra la retta $\{y = x\}$ e la curva $\{x = y^2\}$.
- (b) La regione E compresa tra le quattro rette $\{y = x\}$, $\{y = \frac{x}{2}\}$, $\{y = 1\}$ e $\{y = 2\}$.
- (c) La regione V compresa tra i coni $\{\sqrt{x^2 + y^2} \leq z\}$ e $\{z \leq 2 - \sqrt{x^2 + y^2}\}$.
- (d) La regione W data dall'unione del cilindro $\{x^2 + y^2 \leq 3, \sqrt{3} \leq z \leq 5\}$ e della sfera $\{x^2 + y^2 + (z - \sqrt{3})^2 \leq 3\}$.

Esercizio 2. Calcolare gli integrali delle seguenti funzioni sui domini indicati:

- (a) $f(x, y) = \frac{x}{y+1}$ $D = \{x \in [0, 1], y \in [x^2, x]\}$
- (b) $f(x, y) = \frac{y}{(1+x)(1+y^2)}$ $D = \{x \in [0, 1], y \in [\sqrt{x}, 1]\}$
- (c) $f(x, y) = xy$ $D = \{x + y \leq 1, x, y \in [0, +\infty)\}$
- (d) $f(x, y) = xy$ $D = \{(x-1)^2 + y^2 \leq 1, y > 0\}$
- (e) $f(x, y) = |x|$ $D = B(0, r)$
- (f) $f(x, y) = \frac{1}{\sqrt{x+y+1}}$ $D = [0, 1] \times [0, 1]$
- (g) $f(x, y, z) = \frac{1}{(x+y+z+1)^3}$ $D = \{x + y + z \leq 1, x, y, z \in [0, +\infty)\}$
- (h) $f(x, y) = \frac{\sqrt{1-x^2}}{y}$ $D = \{x \in [0, 1], y \in [e^{-x}, e^x]\}$

Esercizio 3. Calcolare l'area interna della seguente regione:

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| \in [0, 1], |y| \in [x^2, \sqrt[3]{|x|}]\}$$

Esercizio 4. Calcolare il volume del seguente solido (detto Zoccolo di Archimede):

$$Z = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq 1, z \in [0, 2y]\}$$